

---

# **BACHELORARBEIT**

---

Frau  
**Ganna Bulankina**

**Modellierung der Gewinner-  
zielungstätigkeit einer Versi-  
cherungsgesellschaft**

Mittweida, 2012

# **BACHELORARBEIT**

---

## **Modellierung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft**

Autor:

**Frau Ganna Bulankina**

Studiengang:

**Betriebswirtschaft**

Seminargruppe:

**BW07w4-B**

Erstprüfer:

**Prof. Dr. rer. oec. Johannes N. Stelling**

Zweitprüfer:

**Prof. Dr. rer. pol. Andreas Hollidt**

Einreichung:

**Mittweida, 17.04.2012**

Verteidigung/Bewertung:

**Mittweida, 2012**

## **Bibliografische Beschreibung:**

Bulankina, Ganna:

Modellierung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft. – 2012. – IV, 56 S.

Mittweida, Hochschule Mittweida, Fakultät Wirtschaftswissenschaft, Bachelorarbeit, 2012

## **Referat:**

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Modellierung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft. Das Ziel der Arbeit ist die: Untersuchung der gewinnbringenden Tätigkeit der Versicherungsgesellschaft; Untersuchung der Änderung des Kapitals bei der Durchführung der Werbemaßnahmen; Auswahl der Optimalstrategie der Werbepolitik. Das Untersuchungsobjekt in dieser Arbeit ist eine Versicherungsgesellschaft, die beabsichtigt ihren Gewinn mit Hilfe der Werbetätigkeit zu steigern. Die dem Ziel entsprechende Hauptaufgabe dieser Arbeit ist die Bildung der optimalen Strategie der Versicherungsgesellschaft, die den maximalen Gewinn in einem bestimmten Zeitraum sichert. In dieser Bachelorarbeit wird die gestellte Aufgabe mit Hilfe von Modellen der Versicherungsmathematik, die verschiedene Aspekte des Versicherungswesens berücksichtigen, gelöst.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis .....</b>	<b>I</b>
<b>Abbildungsverzeichnis .....</b>	<b>III</b>
<b>Tabellenverzeichnis .....</b>	<b>IV</b>
<b>0 Übersicht .....</b>	<b>1</b>
0.1 Motivation.....	1
0.2 Zielsetzung.....	2
0.3 Kapitelübersicht .....	2
<b>1 Gewinnerzielungsstrategie einer Versicherungsgesellschaft .....</b>	<b>4</b>
1.1 Untersuchung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft .....	4
1.2 Erstellung des finanziellen Ergebnisses einer Versicherungsgesellschaft ..	9
1.3 Zum Entwicklungsstand des wissenschaftlichen Ansatzes bezüglich der Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit von Versicherungsgesellschaften ..	21
<b>2 Modellierung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft.....</b>	<b>25</b>
2.1 Die wirtschaftsmathematische Aufgabenstellung der Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft .....	25
2.2 Methode zur Lösung .....	28
2.3 Lösungsalgorithmus .....	36
<b>3 Informationstechnische Grundlagen zur Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft.....</b>	<b>41</b>
3.1 Die Datengrundlage für die Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft .....	41
3.2 Vorstellung der Software zur Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft .....	47
3.3 Analyse der gewonnenen Ergebnisse.....	50
<b>4 Zusammenfassung und Resümee .....</b>	<b>56</b>

<b>Literatur .....</b>	<b>57</b>
------------------------	-----------

**Selbstständigkeitserklärung**

# Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1-1: Algorithmus der Strategieentwicklung einer Versicherungsgesellschaft .....	11
Abbildung 1-2: Algorithmus zur Weiterentwicklung des Geschäftsprozesses „Marketing“ .....	12
Abbildung 1-3: Algorithmus zur Weiterentwicklung des Geschäftsprozesses „Finanzwirtschaft“ .....	14
Abbildung 1-4: Gewinnbestandteile des Versicherers aus der grundlegenden Tätigkeit .....	15
Abbildung 1-5: Unterhaltungskosten der Versicherungsgesellschaft .....	18
Abbildung 3-1: Ausgabe der Eingangsdaten.....	51
Abbildung 3-2: Ausgabe der Ergebnisse.....	51
Abbildung 3-3: Das Kapital der Versicherungsunternehmens.....	52
Abbildung 3-4: Die Dynamik der Kosten für die Werbung der bestimmten Versicherungsart.....	53
Abbildung 3-5: Die Dynamik des Kapitals der Versicherungsarten .....	55

# Tabellenverzeichnis

Tabelle 3-1: Eingabedaten .....	43
Tabelle 3-2: Schritt 1 .....	46
Tabelle 3-3: Die Auszahlungsergebnisse .....	47
Tabelle 3-4: Eingangsdaten zu den Versicherungsarten.....	47
Tabelle 3-5: Berechnungsergebnisse.....	49
Tabelle 3-6: Die Kapitalgröße des Unternehmens am Ende der Werbeperiode ...	50

# 0 Übersicht

Im einleitenden Kapitel werden die Motivation und die Aufgabenstellung dieser Bachelorarbeit besprochen. Gleichzeitig erfolgt ein kurzer Überblick zu den einzelnen Kapiteln dieser Arbeit.

## 0.1 Motivation

Das neue System der wirtschaftlichen und sozialen Beziehungen in der Ukraine bildet, bedingt durch den Übergang zur Marktwirtschaft die objektive Notwendigkeit zur Entwicklung von Versicherungen als eine Art der Schutz der Produktion, des Vermögens und Wohlstandes der Bürgerschaft einerseits, verbunden mit der Erzielung von Gewinnen durch die Versicherungsunternehmen, andererseits.

Viele Bereiche der menschlichen Tätigkeit sind mit Risiken von unvorhersehbaren finanziellen Verlusten verbunden. Sie resultieren meist aus unerwünschten Ereignissen, wie zum Beispiel Bränden, Pannen, Unfällen, Verlust der Arbeitsfähigkeit und so weiter. Professionelle Versicherungsgesellschaften verringern dieses Risiko, indem sie gegen Zahlung von Versicherungsbeiträgen bestimmte Risiken von potenziellen finanziellen Verlusten auf sich nehmen.

Das Hauptprinzip jeder Versicherungsart besteht darin, dass sich die Versicherungsgesellschaft (der Versicherer), welche vom Versicherungsnehmer eine bestimmte Geldsumme (Versicherungsprämie) für die Absicherung zuvor definierter Risiken erhalten hat, dazu verpflichtet, bei Eintreten des Versicherungsfalls die Finanzmittel bereitzustellen, welche die finanziellen Verluste abdeckt.

Voraussetzung für die Existenz eines Versicherungsmarktes ist das gesellschaftliche Bedürfnis nach Bereitstellung von Versicherungsleistungen und die Anwesenheit von Versicherungsgesellschaften, die dieses Bedürfnis befriedigen können.

Jede Versicherungsgesellschaft versucht qualitative Versicherungsleistungen und Kundendienst auf höchster Ebene anzubieten, verbunden mit dem gleichzeitigen Ziel seine eigenen Gewinne zu steigern. Die Gewinnsteigerung ist zu erreichen mit der Ausarbeitung und Durchführung einer langfristigen und qualitativen



Werbepolitik, welche die Möglichkeit schafft die Kundenmehrheit zu erlangen. Die Kundenakquirierung durch die Versicherer mit Hilfe verschiedener Werbungsarten ist ein wichtiges Mittel des Konkurrenzkampfes auf dem Versicherungsmarkt.

## **0.2 Zielsetzung**

Das Untersuchungsobjekt in dieser Arbeit ist eine Versicherungsgesellschaft, die beabsichtigt ihren Gewinn mit Hilfe der Werbetätigkeit zu steigern.

Gegenstand der Untersuchung ist die Tätigkeit der Versicherungsgesellschaft, die sich auf Risikoabsicherungsdienstleistungsarten spezialisiert hat und dazu verschiedene Versicherungsprodukte anbietet.

Das Ziel der Arbeit ist die:

- Untersuchung der gewinnbringenden Tätigkeit der Versicherungsgesellschaft;
- Untersuchung der Änderung des Kapitals bei der Durchführung der Werbemaßnahmen;
- Auswahl der Optimalstrategie der Werbepolitik.

Die dem Ziel entsprechende Hauptaufgabe dieser Arbeit ist die Bildung der optimalen Strategie der Versicherungsgesellschaft, die den maximalen Gewinn in einem bestimmten Zeitraum sichert.

Die moderne Praxis der Werbung hat bisher keine breite Erfahrung bei der Verwendung von wirtschafts-mathematischen Methoden und Modellen, auf dessen Basis die Geschäftsleitung die Möglichkeit hätte, adaptiv Managemententscheidungen zu den Veränderungen in der Außenwelt herauszuarbeiten.

Deswegen wird die in dieser Bachelorarbeit gestellte Aufgabe mit Hilfe von Modellen der Versicherungsmathematik, die verschiedene Aspekte des Versicherungswesens berücksichtigen, gelöst.

## **0.3 Kapitelübersicht**

Die Bachelorarbeit besteht aus vier Kapiteln.

Im ersten Teil der Bachelorarbeit wird eine Untersuchung der Gewinnerzielungstätigkeit von Versicherungsgesellschaften vorgenommen. Des

weiteren wird die Zusammensetzung des finanziellen Ergebnisses betrachtet und eine Übersicht über den Entwicklungsstand des wissenschaftlichen Ansatzes zur Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit von Versicherungsgesellschaften gegeben.

Im zweiten Teil der Arbeit wird ausführlich die wirtschaftsmathematische Aufgabenstellung der Modellierung der gewinnbringenden Tätigkeit der Versicherungsgesellschaft untersucht und ein mathematisches Modell mit entsprechender Methodik und Algorithmus zur optimalen Erfüllung der gestellten Aufgabe aufgebaut.

Im dritten Teil der Arbeit wird die Informationsbefüllung des Modells anhand eines konkreten Beispiels einer realen Versicherungsgesellschaft exemplarisch vorgenommen. Mit den bereitgestellten Daten werden notwendige Berechnungen mit Hilfe des aufgebauten Modells durchgeführt und die entsprechenden Schlussfolgerungen laut den Berechnungsdaten herausgearbeitet.

Schließlich wird im vierten Teil der Arbeit abschließend eine Zusammenfassung der Resultate dargestellt und ein Resümee gezogen.

# **1 Gewinnerzielungsstrategie einer Versicherungsgesellschaft**

## **1.1 Untersuchung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft**

In der modernen Wirtschaft wirkt die Versicherung als wichtigster Stabilisator des Prozesses der sozialen Reproduktion.

Die ständige Erhöhung der technologischen, wirtschaftlichen und sozialen Risiken bedrohen die Erhaltung und das weitere Wachstum des gesellschaftlichen Wohlstandes, darum muss sich der Staat und die Wirtschaft um die Bildung eines wirksamen Systems finanzieller Ressourcen zur Absicherung solcher Risiken mit Hilfe von Versicherungen kümmern. Ausreichende Finanzressourcen der Versicherungen ermöglichen erst die rechtzeitige Entschädigung von Verlusten. Die finanziellen Mittel sammeln sich in Form von Ressourcen bei der Versicherung an und sind eine signifikante Quelle von Investitionen in die Wirtschaft. In den entwickelten Ländern übersteigen die Investitionen von Versicherungsunternehmen in der Regel die von institutionellen Investoren -wie Banken und Investmentfonds. Die Investitionstätigkeit von Versicherungsunternehmen ist dabei eine der wichtigsten Faktoren zur Gewährleistung der wirksamen Funktion von Versicherungsgesellschaften<sup>1</sup>.

Erstens, durch die Investitionstätigkeit und der damit verbundenen Bildung von ausreichenden Mengen an Finanzressourcen wird die Gewährung einer Versicherungsdienstleistung erst möglich.

Zweitens, die gut organisierte Investitionstätigkeit spiegelt bis zu einem gewissen Grad auch die Qualität von Versicherungsdienstleistungen wieder und bestimmt damit auch die Position des Versicherers auf dem Markt.

Drittens, die Investitionstätigkeit beeinflusst wiederum indirekt grundlegende Eigenschaften des Versicherungsproduktes, wie zum Beispiel dessen Preis sowie die Möglichkeiten der zugrunde gelegten Versicherungsmodalitäten.

Viertens, die Durchführung von Investitionen ermöglicht den Besitzern von Versicherungsgesellschaften, ihr Geschäft zu erhalten und weiterzuentwickeln.

---

<sup>1</sup> Vgl. Янов В., 2001, S.14 (siehe [http://elibrary.finec.ru/materials\\_files/refer/A4894\\_b.pdf](http://elibrary.finec.ru/materials_files/refer/A4894_b.pdf))

Die Investition von Geldern ermöglicht die Akkumulation von weiteren Mitteln, um die Ressourcen des Versicherungsunternehmens weiter zu erhöhen.

Die Erhöhung der Ressourcen ist auch ein bedeutsamer Faktor im Hinblick auf den Trend der Zunahme von regulatorischen Anforderungen zum Mindestkapital von Versicherungs-Organisationen.

Der ukrainische Versicherungsmarkt demonstriert heute ein schnelles und stabiles Wachstumstempo, seine Qualität verbessert sich ständig, der Anteil von Versicherungsleistungen am BIP vergrößert sich, dadurch erhöht sich die Rolle und Wichtigkeit der Versicherungsgesellschaften in der nationalen Wirtschaft. Aus diesem Grund erscheint es notwendig eine differenzierte Untersuchung durchzuführen, die nicht nur den Kern von Versicherungen nämlich die Versicherungstätigkeit betrachtet, sondern auch die Politik der Investitionstätigkeit von Versicherungsgesellschaften.

Diese Untersuchung zeigt, dass die Haupterwerbsquelle für die Versicherung in den meisten westlichen Ländern nicht die Erhebung von Versicherungsbeiträgen ist, sondern die Investitionstätigkeit. Die Einkünfte aus dieser Investitionstätigkeit sind in der Regel zweckgebunden und dienen zur Finanzierung der Versicherungsoperationen (wie z.B. Zuschüsse zu den verlustbringenden Versicherungsarten, Erarbeitung neuer Produkte, Kaderausbildung und so weiter).

Die Versicherungstätigkeit gehört zum Bereich der finanziellen Dienstleistungen.

Versicherungen – sind zweiseitige Wirtschaftsbeziehungen, die darin bestehen, dass ein Versicherungsnehmer einen Geldbetrag zahlt, um beim Eintreten des vertraglich geregelten Versicherungsfalles, die Auszahlung der Versicherungssumme vom Versicherer zu erhalten. Der Versicherer trägt damit die Verantwortung bezüglich des Risikos im Falle des Auftretens des Versicherungsfalles. Zur Absicherung des Versicherungsrisikos platziert der Versicherer effektiv seine Reserven und füllt sie auf, trifft präventive Maßnahmen zur Risikoverringerung, und versichert bei Notwendigkeit einen Teil seiner Verantwortung<sup>2</sup>.

Ein Hauptmerkmal der Tätigkeit einer Versicherungsgesellschaft ist die Tatsache, dass der Versicherer zunächst die vom Versicherungsnehmer kommende Zahlungen (Versicherungsprämien) akkumuliert und notwendige Versicherungsfonds bildet, im Gegensatz zur Herstellungsbranche, bei der zuerst

---

<sup>2</sup> Vgl. Осадець С., 2002 (<http://ukrkniga.org.ua/ukrkniga-text/61/31/>)

Kosten für die Produktherstellung anfallen und erst anschließend die Erlöse über den Produktabsatz erzielt werden.

Solche besonderen „Zahlungen von vornherein“ erlauben einem Versicherer große Finanzressourcen zu akkumulieren und eine aktive Rolle auf dem Kapitalmarkt zur weiteren Kapitalgenerierung zu spielen.

Typische Merkmale der Organisation von Versicherungsgesellschaften unter finanziellen Aspekten sind nachfolgend dargestellt:<sup>3</sup>:

- ⇒ Versicherungsgesellschaften realisieren auf dem Markt eine besondere Ware, nämlich Versicherungsschutz, wofür sie eine bestimmte Zahlung bekommen. Dabei akkumuliert der Versicherer zuerst die vom Versicherungsnehmer zu leistenden Versicherungsbeiträge, und erst dann trägt er die mit dem Verlustausgleich laut dem abgeschlossenen Versicherungsvertrag verbundenen Auslagen. Es gibt also einen Zeitraum zwischen dem Zeitpunkt der Kapitalakkumulation und dem Zeitpunkt der Bereitstellung der Versicherungsleistung (wie z.B. zur Schadensregulierung);
- ⇒ Versicherungsgesellschaften haben ihre besonderen Einkommen, die sich aus Versicherungsbeiträgen und Einkommen aus der Investitionstätigkeit zusammensetzen;
- ⇒ Die Kosten eines Versicherers sind mit der Notwendigkeit Versicherungsentschädigungen und Versicherungsbeträge auszuzahlen und der Unternehmensaktivität an sich verbunden;
- ⇒ Um Gewinne zu erzielen bietet ein Versicherer in der Regel unterschiedliche Versicherungsarten und Produkte (wie z.B. Lebensversicherungen oder Haftpflichtversicherungen) an;
- ⇒ Für die Aufrechterhaltung der Zahlungsfähigkeit und Erfüllung der Verpflichtungen gegenüber den Versicherungsnehmern bilden Versicherungsgesellschaften Sicherheitsreserven und führen Rückversicherungsoperationen durch.

Die Investitionskraft von Versicherungsunternehmen spiegelt sich in den finanziellen Ressourcen wider, welche in den wirtschaftlichen Umlauf zur Ausführung von Versicherungsoperationen und Investitionstätigkeit gebracht

---

<sup>3</sup> Vgl. Латыпова Д., 2005 (siehe [http://www.reglament.net/ins/finmng/2005\\_1\\_article.htm](http://www.reglament.net/ins/finmng/2005_1_article.htm))

werden können<sup>4</sup>. Das strukturfinanzielle Potential involviert drei Teile – Eigenkapital, Fremdkapital und Darlehenskapital.

Eigenmittel der Versicherer involvieren das Grundkapital, Deckungskapital, Kapitalreserven, nicht verteilter Gewinn und Fonds.

Der zweite Bestandteil sind Fremdmittel wie die Beiträge von Versicherten. Diese Fremdmittel stehen den Versicherungsunternehmen nur zeitweilig während der Periode der Vertragsgültigkeit zur Verfügung und werden gegebenenfalls zur Auszahlung von fälligen Versicherungssummen oder Investitionstätigkeiten genutzt. Anteilsmäßig überwiegt in der Regel das Fremdkapital über das Eigenkapital.

Die Höhe des Eigenkapitals spielt eine wichtige Rolle beim Aufbau von Versicherungsunternehmen und der notwendigen Lizenzerteilung.

Das Fremdkapital bestimmt die Besonderheit der Finanztätigkeit vom Versicherer.

Kreditressourcen (Kreditorrückstände und Bankenkredite) spielen in der Regel in der Kapitalstruktur von Versicherungsträgern eine untergeordnete Rolle.

Hemmende Faktoren für die Entwicklung von Investitionstätigkeit durch Versicherungsgesellschaften sind:<sup>5</sup>:

- Politische und ökonomische Instabilität eines Landes;
- Schwache Wirtschaftsentwicklung eines Landes;
- Mangel an flüssigem Kapital bei der Mehrheit der Bevölkerung, um z.B. Lebensversicherungen abschließen zu können;
- Mangel an Anlagemöglichkeiten und langfristigen finanziellen Instrumenten;

Unter den Bedingungen der Marktwirtschaft ist die Versicherung ein wichtiger Faktor der Entfaltung der Investitionstätigkeit. Versicherungsgesellschaften haben zwei Tätigkeitsbranchen: Einerseits sichern sie durch die Bereitstellung von Versicherungsdienstleistungen die Gewinne von den Wirtschaftssubjekten gegen eventuelle Risiken ab und erhöhen damit indirekt auch deren Investitionsmöglichkeiten, andererseits sind sie selbst Investoren.

---

<sup>4</sup> Vgl. Федорова Т., 1999, S. 463

<sup>5</sup> Vgl. Берлин М., Лысенко Ю., 2006, S- 5-13

Zwei Faktoren bestimmen die Rolle der Versicherungsgesellschaft als kapitalbringende Einheit: der Umfang der Ressourcen, den sie zur Verfügung hat, und der Zeitraum, in dem sie diese Ressourcen nutzen kann.<sup>6</sup>

Die Erhöhung des Anlagekapitals ist bedingt durch folgende Faktoren:

Versicherungsreserven, die mit der Erweiterung der Versicherungsoperationen immer größer werden und die Erhöhung des Eigenkapitals. Der Umfang der Reserven und der Zeitraum, in dem sie angelegt werden können, machen Versicherungsgesellschaften zu den leistungsfähigsten Finanz- und Kreditinstituten. Das Versicherungswesen ist in Ländern mit gut entwickeltem Markt als ein wichtiger strategischer Wirtschaftssektor anerkannt.

Die Investitionstätigkeit von Versicherungsgesellschaften im In- und Ausland ist so maßstäblich, dass zahlreiche Versicherer spezialisierte Abteilungen haben, die sich mit der Verwaltung der Investitionsportfolios beschäftigen. Die Tätigkeit der Versicherungsgesellschaften geht also weit über die Grenzen der Versicherungstätigkeit hinaus. Dieser bestimmende Faktor macht sie zu Finanzvermittlern.

Die Investitionstätigkeit wird damit zum integrierenden Bestandteil des Versicherungswesens, was in- und ausländische Wissenschaftler in ihren Arbeiten bestätigen. Sie sagen, dass die Haupttätigkeit einer Versicherungsgesellschaft oftmals auch mit Verlusten verbunden ist, die jedoch mit dem Gewinn aus der Investitions- und Finanztätigkeit gedeckt werden können.<sup>7</sup>

Die Investitionsmöglichkeiten der Versicherungen in der Ukraine steigen von Jahr zu Jahr. Dafür spricht eine Analyse der Entwicklung von den Anteilen der Versicherungsprämien am BIP. Der Markt entwickelt sich und die Versicherungsgesellschaften erwerben zunehmend die Eigenschaften von den leistungsfähigen institutionellen Investoren.

---

<sup>6</sup> Vgl. Машченко М., 2009 (siehe <http://www.sworld.com.ua/index.php/ru/economy/financial-cash-flow-and-credit/2162-mashchenko-mb>)

<sup>7</sup> Vgl. Ситницький М., 2010, S. 35 (siehe [http://papers.univ.kiev.ua/ekonomika/articles/Investment\\_Strategies\\_of\\_Insurance\\_Companies\\_and\\_Their\\_Prospects\\_for\\_Implementation\\_13998.pdf](http://papers.univ.kiev.ua/ekonomika/articles/Investment_Strategies_of_Insurance_Companies_and_Their_Prospects_for_Implementation_13998.pdf))

## **1.2 Erstellung des finanziellen Ergebnisses einer Versicherungsgesellschaft**

Der Algorithmus der Strategieentwicklung schließt ausführlich ausgearbeitete Prinzipien, Methoden der strategischen Planung, positive und negative Erfahrungen der inländischen und ausländischen Versicherer sowie spezifische Eigenschaften der Entwicklung der Versicherungsinstitutionen auf der gegenwärtigen Entwicklungsstufe des Versicherungsmarktes der Ukraine ein.

Der Prozess der strategischen Planung kann in Form von konsequenten Lösungsansätzen für die strategischen und taktischen Probleme durchgeführt werden. Für die Problemlösungen werden eigene besondere Untersuchungsmethoden benutzt<sup>8</sup>. Betrachten wir nun konsequent den allgemeinen Algorithmus der Strategieentwicklung (Abbildung 1-1) einer Versicherungsgesellschaft:

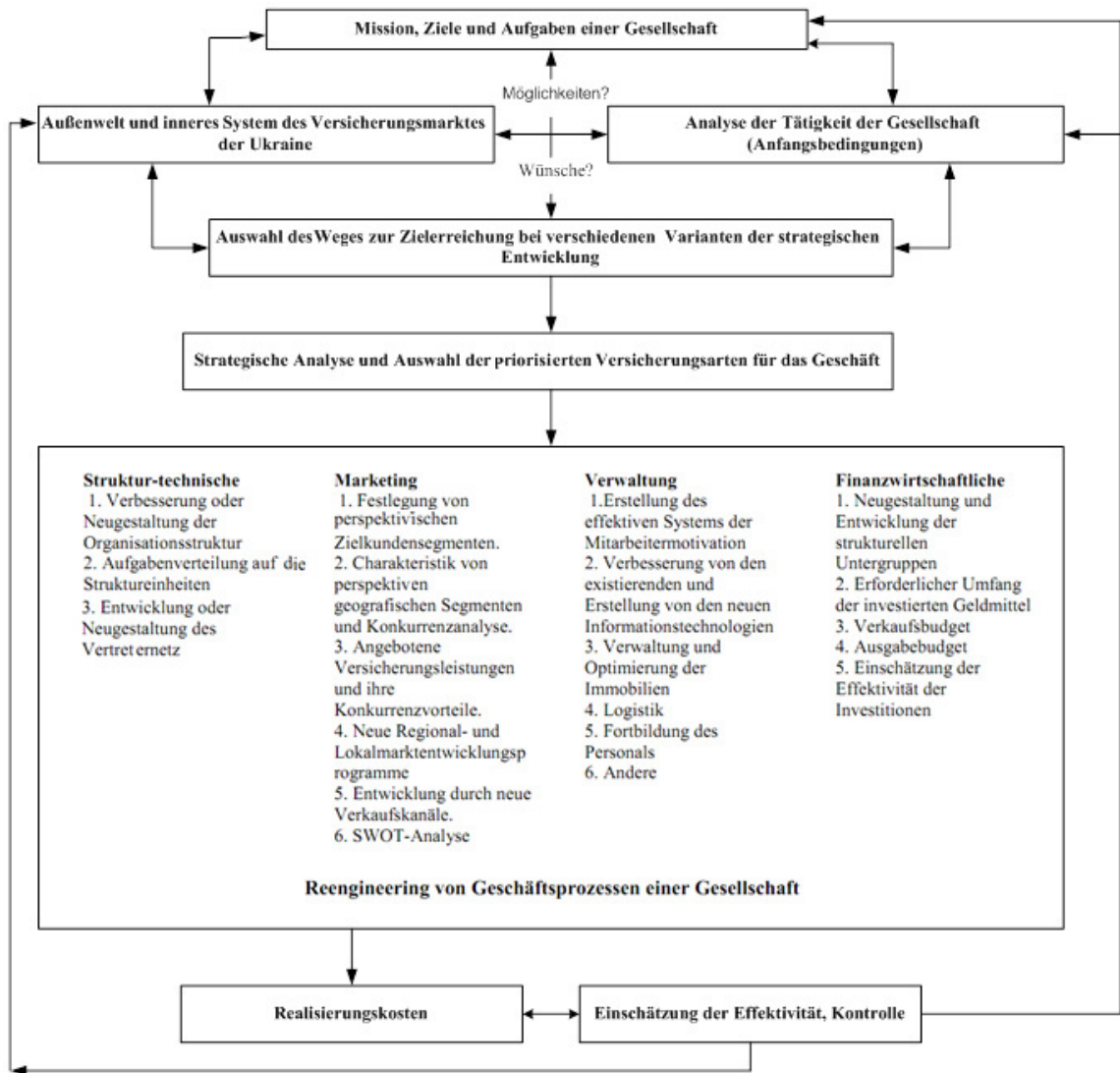
1. Interesse von den Aktionären und Bereitschaft des Top-Managements zur Weiterentwicklung einer Gesellschaft.
2. Vergleich der Möglichkeiten der Gesellschaft mit den Investitionsressourcen von den Aktionären.
3. Festlegung der Mission, Ziele, Aufgaben der Gesellschaft für den Zeitraum der Strategieentwicklung.
4. Betrachtung der Position einer Gesellschaft auf dem Versicherungsmarkt und seinen führenden Segmenten.
5. Untersuchung über die führenden Entwicklungstendenzen auf dem weltweiten und nationalen Versicherungsmarkt und das der Nachbarländer. Untersuchung über die führenden Tendenzen, Gesetzmäßigkeiten der Entwicklung und Entwicklungsperspektive der an die führenden Märkte, angrenzenden Märkte.
6. Betrachtung der führenden Entwicklungstendenzen des nationalen Versicherungsmarktes und der Grundkomponenten seiner Entwicklung: Informationstechnologien, Gesetzgebung und seiner möglichen Änderungen, der rechtlichen Bestimmungen und so weiter.
7. Gegenüberstellung der Ergebnisse von der Analyse der Tätigkeit der Gesellschaft mit den Marktkennzahlen; Untersuchung über „die Schmerzpunkte“ der Gesellschaft; Durchführung der SWOT-Analyse.
8. Durchführung der Konkurrenzanalyse.

---

<sup>8</sup> Vgl. Сухоруків М., 2004, S. 48-57



9. Zusammenstellung der Charakteristik und möglichen Reihenfolge der Entwicklung einer Gesellschaft.
10. Festlegung der Reihenfolge der Entwicklung und Prognostizierung der Entwicklung der makroökonomischen Kennzahlen der Wirtschaft sowohl im Ganzen, als auch vom nationalen Versicherungsmarkt.
11. Festlegung der Mission, Ziele und Aufgaben, die die Aktionäre der Geschäftsleitung und dem Personal aufgrund der Informationen über die Entwicklungstendenzen in der Welt und des Landes stellen.
12. Festlegung der Grundlagen dieser Entwicklung, nämlich: welche Versicherungsarten führend sind. Jede Art hat eigene Eigenschaften und Vorzüge der Entwicklung. Prognostizierung der Entwicklung der Versicherungsarten für den Zeitraum der Strategierealisierung. Ausarbeitung von Maßnahmen für die Erfüllung der Aufgaben durch innere Elemente der Entwicklung der Geschäftsprozesse, namentlich: Markt-, Verwaltung-, struktur-technologische und finanzwirtschaftliche Elemente.
13. Abschätzung der Ausgaben für die Strategierealisierung.



**Abbildung 1-1: Algorithmus der Strategieentwicklung einer Versicherungsgesellschaft**

Haupteinkommensquellen sind die operative Tätigkeit, der Verkauf von den Versicherungsprodukten, der ohne klare und transparente Geschäftsprozesse unmöglich ist.

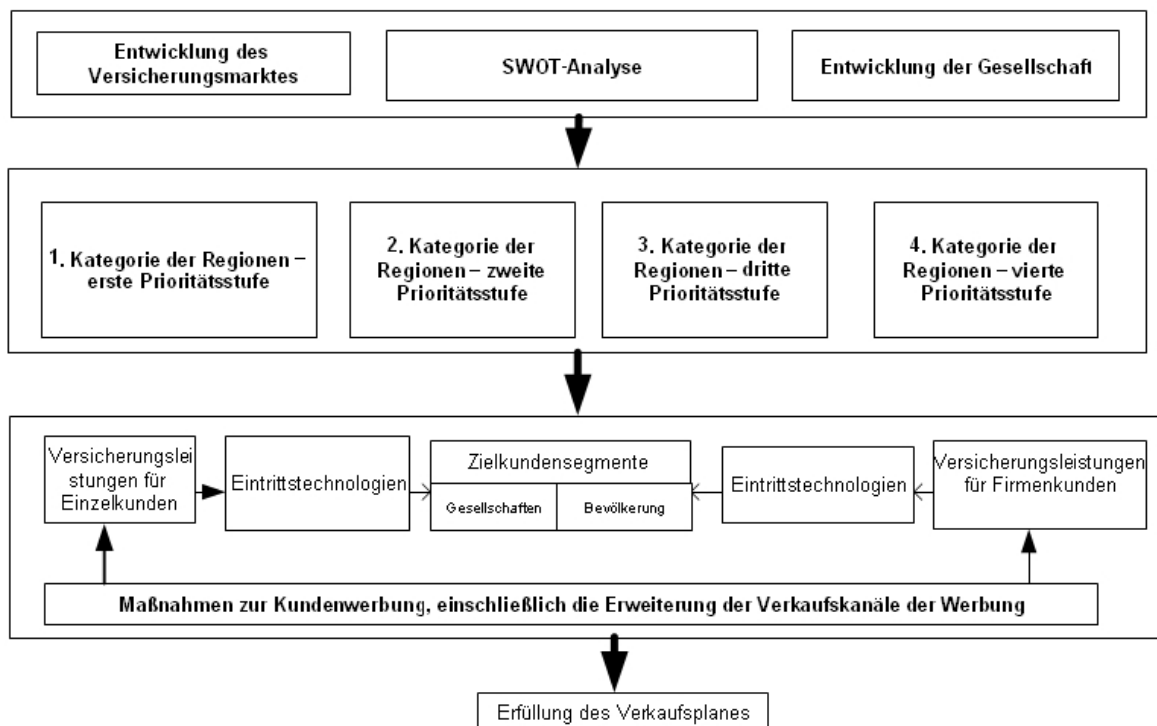
Dazu gehört zum Beispiel der Geschäftsprozess Marketing und dessen Weiterentwicklung (siehe Abbildung 1-1) zur Erreichung der Marketing-Ziele.

Der zugehörige Algorithmus (Abbildung 1-2) dieses Geschäftsprozesses hat folgende Bestandteile:

1. Festlegung der Entwicklungstendenz des Versicherungsmarktes und der Merkmale der Tätigkeit einer Versicherungsgesellschaft, die sich in der SWOT-Analyse eines Objektes im Rahmen der Strategieplanung formalisieren.

2. Festlegung von perspektivischen Zielkundensegmenten zur Vorbereitung und Realisierung erfolgsorientierter Versicherungsdienstleistungen, auf die sich das Versicherungsunternehmen zukünftig konzentrieren möchte.
3. Durchführung der Analyse der Investitionsattraktivität der Regionen (nach der wirtschaftlichen Entwicklung, der Markt- und Informationsaktivität des Finanzmarktes, den menschlichen Ressourcen und so weiter), die mit der Konkurrenzanalyse der regionalen Versicherungsmärkten hinsichtlich der Anwesenheit von den Konkurrenzgesellschaften und deren Marktanteilen verbunden wird, sowie die Einschätzung der Preiskonkurrenz und der Höhe der Vermittlungsgebühr. Auf Grund der durchgeführten Analyse werden Prioritätsregionen für die Entwicklung der Gesellschaft festgelegt.
4. Entwicklung der Programme des Eintritts in jeden regionalen Versicherungsmarkt für die Bereitstellung der Dienstleistungen in den entsprechenden Kundensegmenten, Bestimmung der Verkaufskanäle der Versicherungsleistungen für die entsprechenden Kundensegmente.

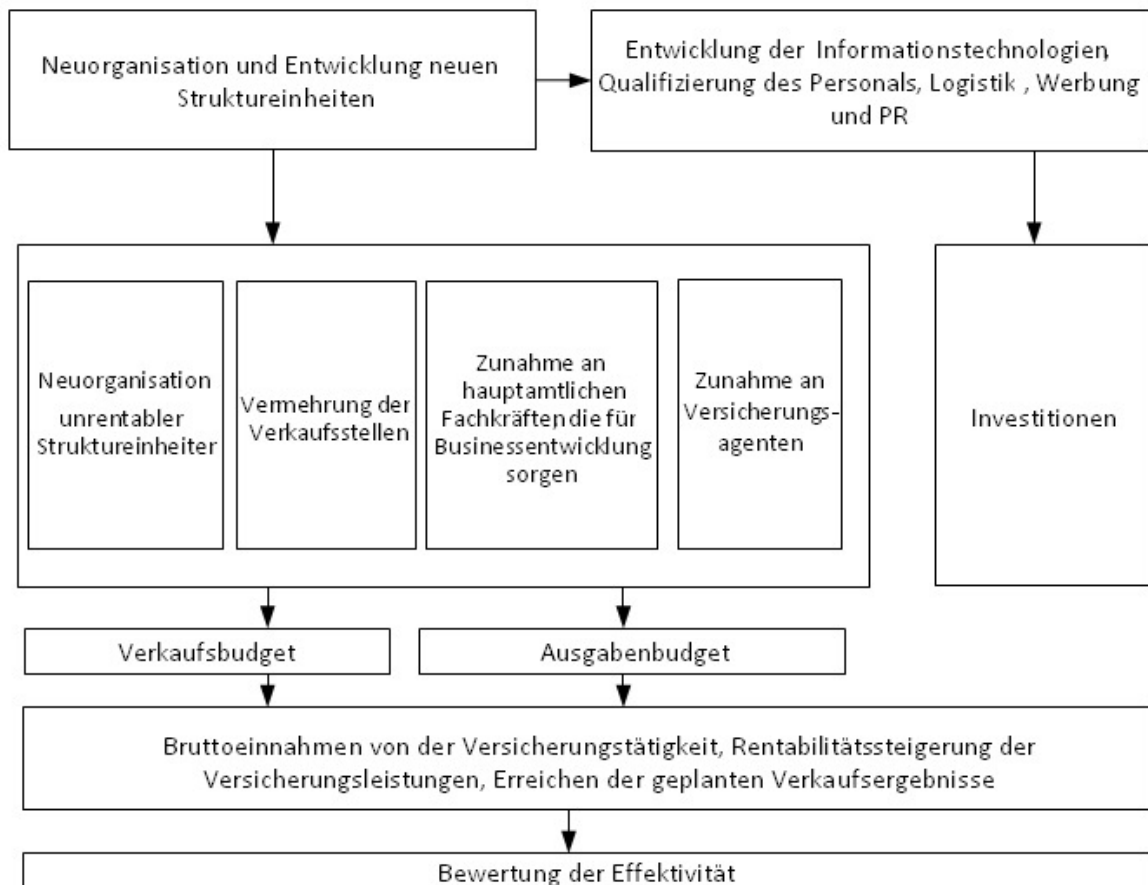
Es ist unmöglich die Managementziele einer Gesellschaft ohne einige konzeptionelle Bestandteile und Voraussetzungen in dieser zu erreichen. Solche Bestandteile können Informationstechnologien, Verwaltung und Optimierung von Immobilien, Logistik, mobile Verkaufsstellen, Zentren für die Schadensregelung oder die Erstellung von effektiven Systemen zur Motivierung und Schulung des Personals sein.



**Abbildung 1-2: Algorithmus zur Weiterentwicklung des Geschäftsprozesses „Marketing“**

Betrachten wir nun nachfolgend den Algorithmus und die Bestandteile zur Weiterentwicklung des Geschäftsprozesses Finanzwirtschaft unter Berücksichtigung der für eine Versicherung spezifischen Merkmale (Abbildung 1-3):

1. Informationskonsolidierung und Entwicklung der vorrangigen Versicherungsarten, struktur-technologischer Umbau und Marketing, der an der Entwicklung der Investitionsressourcen für die Realisierung der Entwicklungsstrategie der Gesellschaft für den Zeitraum der Planung orientiert ist.
2. Erstellung eines Verkaufsplanes nach den vorrangigen Versicherungsarten und grundlegende Geschäftsausgaben für die Erfüllung dieses Planes.
3. Erstellung eines Ausgabenplanes u. a. eines Planes der Ausgaben für die Geschäftsführung einer Gesellschaft und auch für den Lohn für Mitarbeiter gemäß der Organisationsstruktur.
4. Bewertung der Effektivität der Tätigkeit neu gebildeter Einheiten der Organisationsstruktur und der Entwicklungsstrategie im Ganzen laut den folgenden Wertzahlen: Auszahlungsniveau, Kostenniveau für die Provisionsvergütung, Kostenniveau für die Rückversicherung, Kostenniveau für die Geschäftsführung, erwarteter Gewinn, Geldfluss, Net Present Value (NPV), die gesamte Kapitalisierung der Gesellschaft, interne Rentabilitätsrate (IRR), Rückflussdauer eines Projektes und so weiter.



**Abbildung 1-3: Algorithmus zur Weiterentwicklung des Geschäftsprozesses „Finanzwirtschaft“**

Mit Hilfe der dargestellten Algorithmen zur Business- Strategie (vgl. Abbildung 1-3) lässt sich die gewinnbringende Tätigkeit einer Versicherungsgesellschaft ausführlich analysieren.

Die Entwicklung der vorrangigen Versicherungsarten, die Reduzierung der Erwerbs- und Verwaltungskosten, die Erweiterung der Verkaufskanäle der Versicherungsleistungen und Erhöhung ihrer Ergiebigkeit, die Verbesserung der inneren Geschäftsprozesse, die optimale Nutzung der Informationstechnologien und die Motivation und Qualifizierung des Personals lassen die Gewinne der Gesellschaft steigen.

Der Gewinn der Versicherungsgesellschaft ist das finanzielle Ergebnis ihrer Tätigkeit in einem bestimmten Abrechnungszeitraum (Quartal, Halbjahr, neun Monate, Jahr). Das finanzielle Ergebnis – ist der Wertansatz der Ergebnisse der Wirtschaftsführung des Versicherers. Es bestimmt sich als Gewinnspanne.<sup>9</sup>

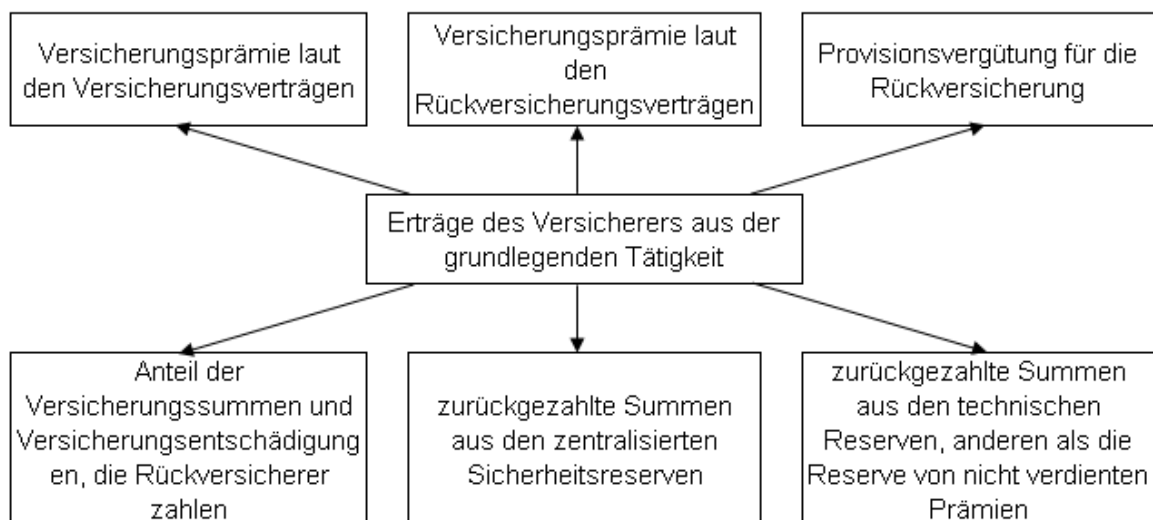
<sup>9</sup> Vgl. Осадець В., 2002 (siehe <http://ukrkniga.org.ua/ukrkniga-text/61/34/>)

Die zweidimensionale Art der Tätigkeit des Versicherers (er übt die Versicherungstätigkeit und Investitionstätigkeit gleichzeitig aus) bedingt die Spezifik seines Gewinns.

Erträge des Versicherers werden in 3 Gruppen eingeteilt:

1. Erträge aus der grundlegenden Tätigkeit, also aus der Versicherungstätigkeit (alle Erträge des Versicherers, die mit der Versicherung und Rückversicherung zusammenhängen);
2. Erträge aus der Investitions- und Finanztätigkeit, also die Erträge, die mit der Investition und dem Anlegen des flüssigen Geldes zusammenhängen;
3. Andere Erträge, welche der Versicherer manchmal bei der Wirtschaftsführung und bei Ausnahmeereignissen hat.

Erträge aus der Versicherungstätigkeit sind, so zu sagen, das Primäreinkommen der Versicherungsgesellschaft (Abbildung 1-4). Mit Hilfe von diesen Erträgen kann sich die Versicherung auf dem Versicherungsmarkt weiterentwickeln und zusätzliche Versicherungsleistungen anbieten.



**Abbildung 1-4: Gewinnbestandteile des Versicherers aus der grundlegenden Tätigkeit**

Die Zahlung für die Versicherung ist die Versicherungsprämie, die ein Versicherungsnehmer laut dem Versicherungsvertrag einzahlen muss. Die Versicherungssumme ist die Grundlage für die Berechnung der Versicherungsprämie. Sie ist sozusagen – der Mengenfaktor, von dem die Verantwortlichkeit des Versicherers, also sein Risikoumfang und der Umfang der Versicherungsprämie abhängt. Die Rolle des qualitativen Faktors spielt der Versicherungstarif: seine Höhe hängt von den Ereignissen wie Versicherungsfällen, vom Risikograd in

Abhängigkeit von physischen Eigenschaften eines Versicherungsobjektes, der Gültigkeitsdauer des Vertrages und so weiter ab.

Der Versicherungstarif<sup>10</sup> – ist die Prämienrate von einer Einheit der Versicherungssumme oder vom Wert des Versicherungsobjektes (also von der bestimmten Versicherungssumme) für eine bestimmte Versicherungsdauer.

Wenn die Versicherungsgesellschaft sehr hohe Gewinne aus der Bereitstellung spezifischer Versicherungsarten erzielen möchte, kann sie höhere Tarife herausgeben. In diesem Fall bekommt sie jedoch unter Umständen eher weniger statt mehr Gewinne und Erträge über die Versicherungsprämien, weil der Versicherungsnehmer nicht bereit ist, überhöhte Tarife für die Versicherungsart, welche andere Versicherer billiger anbieten, zu bezahlen. Außerdem verliert die Versicherungsgesellschaft in diesem Fall im doppelten Sinne, weil sie wegen des Mangels an eingehenden Versicherungsprämien die Möglichkeit verliert, diese zur Erzielung von weiteren Einnahmen durch Investitionstätigkeit zu benutzen. Die Versicherungstarife werden so wie die Preise für andere Waren und Dienstleistungen letztendlich durch Angebot und Nachfrage reguliert.<sup>11</sup>

Bemerkenswert ist, dass für die ukrainischen Versicherer die Überhöhung der Versicherungstarife typisch ist.

Die Überhöhung tritt unter Einwirkungen von allen Bestandteilen des Tarifsatzes, besonders von den Ausgaben für die Geschäftsführung und dem Gewinn auf. In vielen Fällen machen diese Strukturbestandteile des Tarifs 40 und sogar 50 Prozent vom Bruttosatz aus. Das kann man kaum für normal und richtig halten. Dadurch wird das Prinzip der Äquivalenz der Beziehungen zwischen den Versicherern und Versicherungsnehmern verletzt, denn der Versicherungsnehmer zahlt fast doppelt so viel für seine Versicherung.

Zu den Erträgen aus der Investitionstätigkeit gehören:

- Zinsen, die den Versicherern für die Eröffnung von langfristigen Krediten, einschließlich Kreditierung des Wohnbaus, ausgezahlt werden;
- Erträge von den Gewinnen der Rückversicherer; die von einer Bank angerechneten;
- Zinsen auf Restmittel auf dem laufenden Konto;
- Zinsen für Anleihen;

<sup>10</sup> Insurance tariff (siehe

<sup>11</sup> Vgl. Біна Г., Хома І., 2009, S. 162 (siehe [http://www.nbu.gov.ua/portal/natural/Vnulp/Menegment/2009\\_657/26.pdf](http://www.nbu.gov.ua/portal/natural/Vnulp/Menegment/2009_657/26.pdf))

- Dividenden auf Aktien.

Dabei handelt es sich um Sekundäreinkommen – abgeleitetes Einkommen aus dem Primäreinkommen (Versicherungsprämie). Die Versicherer sammeln und die Mittel aus der Versicherungstätigkeit akkumulierend, hat der Versicherer ein von den Versicherungsnehmern her stammendes Kapital zur Verfügung und hat damit die Möglichkeit es in verschiedene Bereiche zu investieren.

In den Ländern mit gut entwickeltem Versicherungsmarkt sind die Versicherer die größten Investoren. Viele westliche Wirtschaftswissenschaftler betrachten dabei die Versicherungsgesellschaften als institutionelle Investoren, deren wichtigste Funktion in der Marktwirtschaft die Beschaffung von Kapital mit Hilfe der Versicherung ist. Die Bereitstellung von Versicherungsdienstleistungen halten sie für eine sekundäre Funktion, die nur als ein Mittel zur Zielerreichung dient, Mittel zu akkumulieren.<sup>12</sup> Es kommt oft vor, dass die Versicherungsgesellschaft beim finanziellen Ergebnis eines Jahres Verluste aus ihrer grundlegenden Tätigkeit erwirtschaftet und diese aber mit Hilfe des Gewinnes aus der Investitions- und Finanzwirtschaft abdeckt.

Die dritte Gruppe der Erträge vom Versicherer – sind Geschäftseinkommen aus der üblichen Tätigkeit und besonderen Vorkommnissen. Die Erträge aus besonderen Vorkommnissen haben keine besonderen Merkmale, die spezifisch mit der Versicherung verbunden sind. Andere Erträge des Versicherers sind, zum Beispiel Vermietung (operatives Leasing oder Finanzierungsleasing); Erträge als positives Ergebnis der Umrechnung von Fremdwährung im Vergleich mit ihrem Bilanzwert am Ende der Berichtsperiode; Erträge aus Finanzhilfen; Erträge aus der Indexierung und Grundmittelumsetzung und Zuweisung von Vermögenswerten, Erträge aus der Abschreibung der uneinbringlichen Forderungen; Erträge aus der Beratungsleistungen; Geldstrafen und anderes.

Die Aufwände eines Versicherers<sup>13</sup> sind mit dem Doppelcharakter seiner Tätigkeit verbunden, die voraussetzt, dass der Versicherer eigene Versicherungsoperationen durchführt und aktiver Investor ist, also das flüssige Geld von Versicherungsreserven und eigene Mittel anlegt.

Es gibt:

---

<sup>12</sup> Vgl. Гришан. Ю. 2010 (siehe [http://papers.univ.kiev.ua/ekonomika/articles/The\\_international\\_experience\\_in\\_asset\\_management\\_of\\_insurance\\_company\\_14023.pdf](http://papers.univ.kiev.ua/ekonomika/articles/The_international_experience_in_asset_management_of_insurance_company_14023.pdf))

<sup>13</sup> Vgl. Осадець С., 2002 (siehe <http://ukrkniga.org.ua/ukrkniga-text/61/33/>)



- Kosten für die Durchführung der Versicherungsoperationen, die gleich dem Selbstkostenpreis von der Versicherungsleistung sind;
- Kosten für die Durchführung anderer Operationen, die Erträge aus der Investition und dem Anlegen des flüssigen Geldes des Versicherers bringen.

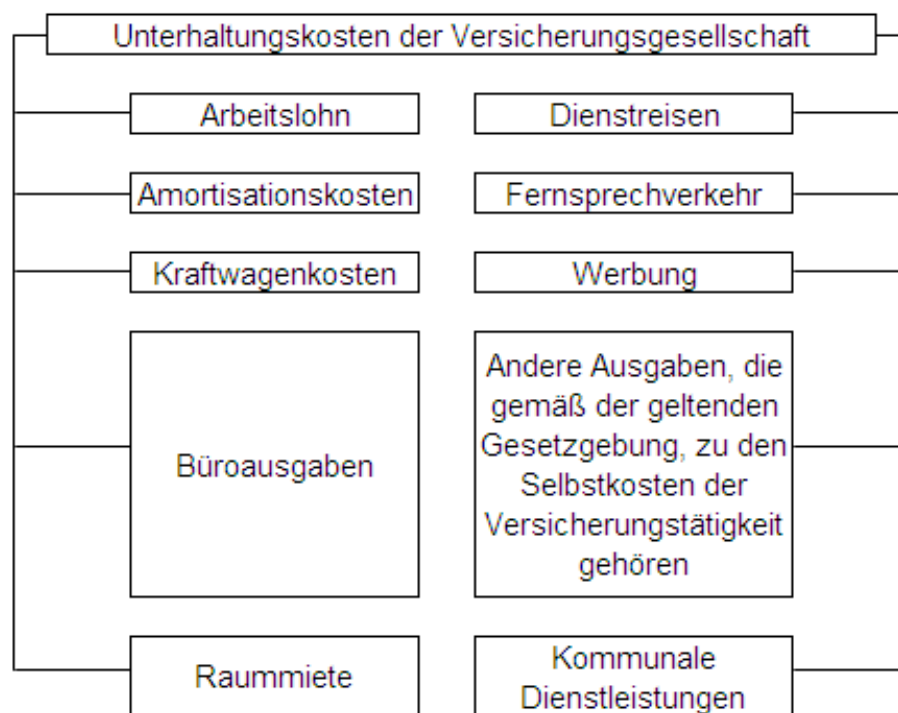
Mehr als 90% der Gesamtausgaben der Versicherungsgesellschaft sind Versicherungsausgaben. Diese lassen sich in drei große Gruppen einteilen:

- 1) Auszahlung der Versicherungssummen nach den Verträgen der Versicherung und Rückversicherung;
- 2) Ausgaben für Versicherung und Rückversicherung;
- 3) Unterhaltungskosten der Versicherungsgesellschaft.

Die zwei letzten Gruppen kann man unter dem Begriff "Ausgaben für Geschäftsführung" verbinden.

Hauptkostenposition des Versicherers ist die Auszahlung von den Versicherungsentschädigungen (laut den Bedingungen der Vermögensversicherung, Haftpflichtversicherung) und den Versicherungssummen (laut den Bedingungen der Privatversicherung).

Unterhaltungskosten der Versicherungsgesellschaft – sind Verwaltungsausgaben, die jedes Wirtschaftssubjekt hat (Abbildung 1-5).



**Abbildung 1-5: Unterhaltungskosten der Versicherungsgesellschaft**

Im Hinblick auf die Struktur des Tarifsatzes bemerken wir, dass die Ausgaben für die Versicherung und Rückversicherung und die Unterhaltungskosten der Versicherungsgesellschaft, also alle Ausgaben für Geschäftsführung 20 – 25% des Tarifsatzes, und die Auszahlungen der Versicherungssummen und Versicherungsentschädigungen 60 – 80% ausmachen.

Bei den ukrainischen Versicherern gehören Inkasso-Kosten zu den spezifischen Ausgaben. Das Ukrainische Gesetz „Über Versicherung“<sup>14</sup> ordnet folgende Ausgaben des Versicherers zu:

- Auszahlungen der Versicherungssummen und Versicherungsentschädigungen;
- Zuführungen zu den zentralisierten Versicherungs-Reservefonds;
- Zuführungen zu den technischen Reserven;
- Kosten für die Durchführung der Versicherung (also Unterhaltungsausgaben der Versicherungsgesellschaft und Ausgaben für ihre grundlegende Tätigkeit).

Außer Ausgaben, die die grundlegende Tätigkeit des Versicherers (Versicherung, Rückversicherung) gewährleisten, und aufgrund deren sich die Selbstkosten der Versicherungsleistung bestimmen, hat die Versicherungsgesellschaft die mit der Aufrechterhaltung der Investitions- und Finanztätigkeit, also mit der Steuerung der Aktiva und Passiva verbundene Ausgaben. Diese Ausgaben hängen von der konkreten Art und der Struktur der Aktiva und Passiva des Versicherers ab. Meistens bestehen solche Ausgaben aus der Bezahlung der Dienstleistungen<sup>15</sup> der Finanz-Kreditinstitute auf dem Wertpapiermarkt. Im Vergleich mit den Erträgen aus den Investitionsoperationen, sind diese Ausgaben unwesentlich, trotzdem existieren sie. Genauso, wie die Ausgaben, die mit den Erträgen aus anderer üblicher Geschäftstätigkeit verbunden sind. Alle Arten von Ausgaben der Versicherungsgesellschaft fließen bei der Bestimmung der finanziellen Ergebnisse ihrer Tätigkeit ein.

Der Gewinn aus der Versicherungstätigkeit wird bei der Tarifaufarbeitung für alle Versicherungsarten (zu den Ausnahmen gehören einige Arten der obligatorischen Versicherung) als so genanntes „Belastungsglied“, welches ein integrierender Bestandteil des Tarifsatzes ist, geplant. Der Versicherer kann nicht nur auf Rechnung dieses Bestandteils Gewinn erzielen, sondern auch auf Rechnung der

---

<sup>14</sup> Vgl. Закон України «Про страхування», 2001 (siehe <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/85/96-%D0%B2%D1%80>)

<sup>15</sup> Vgl. Долгошея Н., 2010, S. 111

Selbstkostensenkung der Versicherungsleistung (Kostensenkung für die Geschäftsführung, Senkung der Schadensquote bei einigen Versicherungsarten und so weiter). Der Versicherer darf nicht die Gewinnerzielung von den Versicherungsoperationen als Ziel haben, weil das das Prinzip der Äquivalenz seiner Geschäftsbeziehung mit dem Versicherungsnehmer verletzt. Die Verwendung des Begriffes des Gewinns bei der Versicherung ist ziemlich relativ, weil hier sich das Nationaleinkommen nicht bildet, sondern nur umverteilt wird. Als Gewinn für den Versicherer gilt ein positives finanzielles Ergebnis, das den Überschuss der Erträge über die Ausgaben gewährleistet, also der Gewinn aus der Versicherungstätigkeit (außer der Lebensversicherung und Krankenversicherung) wird als Differenz zwischen den Erträgen aus der Versicherungstätigkeit und Ausgaben des Versicherers für die Versicherungsleistungen berechnet. Den Gewinn aus der Versicherungstätigkeit (GV) kann man mit folgender Formel berechnen:

$$VG = (VP + PR + AV + ZS + ZTR) - (AVV + ZVR + TR + AVF),$$

wobei VP - Versicherungsprämien laut den Versicherungs- und Rückversicherungsverträgen;

PR - Provisionsvergütung für die Rückversicherung;

AV - Anteile der Versicherungsauszahlungen, die Rückversicherer zahlen;

ZS - Zurückgezahlte Summen aus den zentralisierten Versicherungs-Reservefonds;

ZTR- Zurückgezahlte Summen aus den technischen Reserven, anderen als die Reserve von nicht verdienten Prämien;

AVV - Auszahlungen der Versicherungssummen und Versicherungsentschädigungen;

ZVR - Zuführungen zu den zentralisierten Versicherungs-Reservefonds;

TR - Zuführungen zu den technischen Reserven, anderen als die Reserve von nicht verdienten Prämien;

AVF - Ausgaben für die Versicherungsführung ist.

Die Summe in den ersten Klammern zeigt die von der Gesetzgebung vorgesehenen Erträge aus der Versicherungstätigkeit, und die Summe in den zweiten Klammern – die Ausgaben des Versicherers für die Durchführung der Versicherungsoperationen.

Die Versicherung – ist eine Tätigkeit, bei der die Dienstleistung, die der Versicherer anbietet (also die Garantie des Versicherungsschutzes), eine bestimmte Dauer hat. Deswegen kann man die vom Versicherungsnehmer am Anfang der Vertragsgültigkeit erhaltenen Versicherungsprämien nicht als Erträge

betrachten. Sie werden schrittweise zum Ertrag, verhältnismäßig zum Ablauf der Gültigkeit des Versicherungsvertrages. Bei den meisten Versicherungsverträgen verteilt sich das Risiko gleichmäßig über die Zeit und ebenso gleichmäßig über die Zeit erhält die Versicherungsgesellschaft die Versicherungsprämien vom Versicherungsnehmer.

Der Gewinn aus der Versicherungstätigkeit ist nicht immer ein Hauptteil des Gewinns vom Versicherer. Die grundlegende Tätigkeit des Versicherers bringt ihm sehr oft keine Gewinne, sondern Verluste, die mit dem Gewinn aus der Investitions- und Finanztätigkeit und auch mit dem Gewinn aus der üblichen Geschäftstätigkeit gedeckt werden. Diese Gewinnarten des Versicherers ergeben sich als Differenz zwischen Ertrag und Aufwand.

Der Gewinn des Versicherers, der nach der Steuerzahlung verbleibt, - ist der Nettogewinn und gehört dem Versicherer. Die Inanspruchnahme des Gewinns unterliegt den gemeinsamen für alle Unternehmer geltenden Prinzipien und wird durch das Gesetz der Ukraine „Über Kapitalgesellschaften“<sup>16</sup> und die Gründungspapiere des Versicherers geregelt. Das Merkmal der Gewinnverteilung des Versicherers ist das, dass laut dem Gesetz der Ukraine „Über Versicherung“ (Jahr 2001)<sup>17</sup>, auf Rechnung des Nettogewinns (bevor er zwischen den Inhabern verteilt wird) der Versicherer freie Rücklagen mit dem Ziel der Erhöhung seiner Zahlungsfähigkeit bilden kann.

### **1.3 Zum Entwicklungsstand des wissenschaftlichen Ansatzes bezüglich der Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit von Versicherungsgesellschaften**

Viel Beachtung wird heute bereits der mathematischen Modellierung von wirtschaftlichen Prozessen geschenkt. Ähnlich zu dieser Thematik ist die Erforschung der Mathematik des Versicherungswesens - die so genannte Versicherungsmathematik zu sehen.

Das Problem der Optimierung der Gewinntätigkeit der Versicherungsgesellschaften ist in unserer Zeit sehr populär. Sehr viele wissenschaftliche

---

<sup>16</sup> Vgl. Закон України «Про господарські товариства», 1991 (siehe <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/1576-12>)

<sup>17</sup> Vgl. Закон України «Про страхування», 2001 (siehe <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/85/96-%D0%B2%D1%80>)

Arbeiten sind der Optimierung der Gewinntätigkeit von Versicherungsgesellschaften gewidmet.

Erste Arbeiten zur mathematischen Versicherungstheorie sind die Arbeiten von F. Lundberg<sup>18</sup> und H. Cramer<sup>19</sup>, in denen das so genannte klassische Modell des Versicherungsprozesses dargestellt und erforscht wurde, das auf folgenden Vermutungen aufgebaut ist: der Vorgang des Eingangs der Versicherungsprämien in die Versicherungsgesellschaft gilt als der determinierte Vorgang, für die Zeit  $t$  ist der Kapitalzuwachs  $ct$  gleich, wobei  $c$  – die Summe der Einzahlungen ist, die in die Gesellschaft während einer Zeiteinheit einfließen; das Versicherungsentgelt – ist die unabhängige, gleichmäßig verteilte zufällige Größe. Haupteigenschaft dieses klassischen Modells ist seine Einfachheit. Mit Hilfe dieses Modells kann man Werte, wie die Wahrscheinlichkeit des Ruins oder die Überlebenswahrscheinlichkeit berechnen.

Viele Arbeiten sind der Erforschung des klassischen Modells gewidmet, nämlich: Monographien von E. Straub<sup>20</sup>, D. Koks und W. Smit, Y.H. Panjer und G.E. Willmont<sup>21</sup>, J. Grandell und H.U. Gerber<sup>22</sup>; Abrisse von W.I. Rotor und W.E. Bening, P. Embrechts und C. Kluppelberg<sup>23</sup>, W. Kalaschnikow und D. Konstantinidis.

Unter den Ausgaben, welche die Problematik der Analyse der Versicherungstätigkeit erläutern, ist die Monographie von E. Straub „Versicherungsmathematik der Vermögensversicherung“<sup>24</sup> und die Arbeit von J.J. Hampton „Finanzverwaltung bei der Versicherungsgesellschaften“<sup>25</sup> anzuführen. Im Buch von E. Straub wird die Versicherungstätigkeit mit den Methoden der Risikotheorie, der mathematischen Statistik und der Wahrscheinlichkeitslehre erforscht. Dabei werden sowohl mathematische Aspekte des Problems, als auch Fragen der Versicherungswesenstheorie auf hohem Niveau erläutert. Folgerichtig und eingängig wird erläutert, auf welche Weise die Kompliziertheit der

---

<sup>18</sup> Vgl. Lundberg, 1909, S. 877-955

<sup>19</sup> Cramer, 1975, S. 76

<sup>20</sup> Straub, 1998, S. 15

<sup>21</sup> Panjer, Willmont, 1992, S. 31-36

<sup>22</sup> Vgl. Gerber, 1985, S. 249-252

<sup>23</sup> Embrechts, Kluppelberg, Mikosch, 1997

<sup>24</sup> Vgl. Straub, 1998, S. 15

<sup>25</sup> Hampton, 1995

Finanzorganisation des Versicherungswesens die Methodologie zu seiner Erforschung, einschließlich der Bestimmung des Bestandes und der Struktur der Ausgangsdaten, ihrer Vorbereitung, Aufstellung und Prüfung der Hypothesen bedingt.

Die Monographie von J.J. Hampton erläutert die Probleme der Analyse der finanziellen Unterlagen der Versicherungsgesellschaft, der Bilanzierung und Berichterstattung über Erträge und den Aufwand.

Die meisten wissenschaftlichen Arbeiten erforschen heute die komplexeren Modelle, deren Verallgemeinerung das klassische Modell ist. Im Rahmen dieser Arbeiten gilt der Vorgang des Eingangs der Versicherungsprämien in die Versicherungsgesellschaft als der zufällige Vorgang. So geht es zum Beispiel in der Arbeit von K.I. Livshits<sup>26</sup> um die Wahrscheinlichkeit des Ruins und die angenommene Zeit für den Ruin für den Fall, wenn die Versicherungsprämien, die zu den Versicherungsgesellschaften gelangen, den Poisson-Prozess bilden. In den Arbeiten von M.A. Matalitskij und T.V. Romanjuk<sup>27</sup> wird die Versicherungsgesellschaft als System der Massenbedienung betrachtet. In den Arbeiten von K.I. Livshits und L.J. Suhotina<sup>28</sup> werden die Eigenschaften von der Versicherungsgesellschaft bei der geringen Belastung der Versicherungsprämie für das Poissonmodell und das Modell der Versicherungsgesellschaft unter Beachtung der saisongebundenen Veränderungen betrachtet. In den Arbeiten von V.E. Bening und V.J. Koroljov<sup>29</sup> wird der Fall erforscht, wenn die Zeitpunkte der Versicherungsentgelte den Cox-Prozess (doppelt stochastischer Poisson-Prozess) bilden.

In der Arbeit von V.M. Katz und K.I. Livshits<sup>30</sup> werden die Aufgaben im Rahmen des einfachen Modells der Kapitalveränderung der Versicherungsgesellschaft gelöst.

In den Arbeiten von D.D. Akhmedova und A.F. Terpugov<sup>31</sup> wird der Einfluss der Werbekampagnen auf die Eigenschaften der Versicherungsgesellschaft, die als

---

<sup>26</sup> Vgl. Лившиц К., 1999, S. 28-33

<sup>27</sup> Vgl. Маталыцкий М., 2002, S. 160

<sup>28</sup> Vgl. Лившиц К., Сухотина Л., 2004, S. 60-62

<sup>29</sup> Vgl. Бенинг В., Королев В., 1998, S. 23-43

<sup>30</sup> Vgl. Кац В., Лившиц К., 2001, S. 29-33

<sup>31</sup> Vgl. Ахмедова Д., Терпугов А., 2001, S. 25-28

klassisches Modell beschrieben sind, erforscht. In der Arbeit von Terpugov werden die Haupteigenschaften des Kapitals der Gesellschaft und die Bedingungen der Effektivität der Werbung für den Fall, dass die Ausgaben für die Werbung proportional zum Kapital sind, dargestellt. In der Arbeit von D.D. Akhmedova, O.A. Zmeyev, A.F. Terpugov<sup>32</sup> wird festgestellt, wie sich die Eigenschaften des Kapitals und die Zahl der Kunden abhängig von der Werbestrategie der Gesellschaft verändern und es wird die Aufgabe der Optimierung der Werbekampagne im Fall, dass der für die Werbung bestimmte Geldanteil sich mit der Zeit verändert, betrachtet.

Abgesehen davon, dass die Erforschung der gewinnbringenden Tätigkeit der Versicherungsgesellschaften schon sehr lange durchgeführt wird, ist es umso bemerkenswerter, dass die moderne Werbung keine breite Erfahrung bei der Verwendung von wirtschafts-mathematischen Methoden und Modellen hat, aufgrund dessen die Geschäftsleitung die Möglichkeit hätte adaptiv zu den Veränderungen in der Außenwelt Managemententscheidungen auszuarbeiten. Das klassische Modell der Versicherungsgesellschaft, das in den Büchern von E. Straub<sup>33</sup> und H. Panjer<sup>34</sup> aufgezeigt wird, gibt meiner Meinung nach die Wirklichkeit nicht immer adäquat wieder und gibt keine Möglichkeit zusätzliche Faktoren mit einzuberechnen, die das Einkommen der Versicherungsgesellschaft beeinflussen können.

In dieser Arbeit verwenden wir die mathematischen Modelle der Versicherungsmathematik, die verschiedene Aspekte des Versicherungswesens beinhalten und versuchen das Optimalverhalten der Versicherungsgesellschaft zu erstellen, welches für den maximalen Gewinn in einer bestimmten Zeitdauer sorgt.

.

---

<sup>32</sup> Vgl. Ахмедова Д., Змеев О., Терпугов А., 2002, S. 181-184

<sup>33</sup> Vgl. Straub, 1998, S. 15

<sup>34</sup> Vgl. Panjer, Willmont, 1992, S. 31-36

## 2 Modellierung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft

### 2.1 Die wirtschaftsmathematische Aufgabenstellung der Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft

Das Versicherungsunternehmen, das sich auf Risikoabsicherungsdienstleistungsarten spezialisiert hat und verschiedene Versicherungsprodukte anbietet, möchte seinen Gewinn steigern. Der Anstieg des Gewinns kann durch die Generierung und Durchführung einer langfristigen und qualitativen Werbepolitik realisiert werden, welche die Möglichkeit schafft, mehr Kunden zu gewinnen. Die Ansprache der Versicherungsnehmer über die verschiedenen Werbungsarten ist ein sehr wichtiges Instrument des Konkurrenzkampfes auf dem Versicherungsmarkt.

Stellen Sie sich vor, dass sich die Nachfrage nach einem speziellen Versicherungsdienst in Folge der Werbemaßnahmen von allen Arten der Versicherungsdienstleistungen des Unternehmens auf dem Markt heraus bildet.

So muss das Versicherungsunternehmen eine solche Strategie<sup>35</sup> wählen, welche den maximalen Gewinn in einem bestimmten Intervall gewährleistet. Unter dem Begriff Strategie verstehen wir, wann und wie viel Geld man in die Werbung der bestimmten Art investieren muss, um den maximalen Gewinn zu erreichen.

Das Ziel der Durchführung von Werbemaßnahmen ist für jedes Versicherungsunternehmen die Maximierung der Kapitalgröße<sup>36</sup> (unter dem Kapital verstehen wir in unserem Fall den Gewinn nach Abzug der Versicherungsauszahlung) am Ende der Werbeperiode  $t \in [t_0, T]$ .

$$L(T, t_0) = \sum_{i=1}^n S_i(T). \quad (2.1.1)$$

Die Einschränkungen auf die Werbung stellen sich folgendermaßen dar:

$$0 \leq u_1(t) \leq \tilde{u}_1, \quad 0 \leq u_2(t) \leq \tilde{u}_2, \quad \dots, \quad 0 \leq u_n(t) \leq \tilde{u}_n. \quad (2.1.2)$$

---

<sup>35</sup> Vgl. Николенко Н., 2007

<sup>36</sup> Vgl. Кузнецов С., 2001, S.1457



wobei  $u_i(t)$  der Kapitalanteil ist, der auf die Werbung der Versicherungsdienstleistungen der bestimmten Versicherungsart geht;  
 $\bar{u}_i$  - die maximal mögliche Ressource, die für die Werbung der Versicherungsdienstleistungen der bestimmten Versicherungsart eingesetzt wird.

Betrachten wir das Aufbauprinzip des oben genannten Modells.

Die Änderungsgeschwindigkeit des Durchschnittskapitals  $S_i(t)$  der bestimmten Versicherungsabteilung beschreiben wir durch folgendes System:

$$\dot{S}_i(t) = p_i D_i(t) - a_i(t) - b_i \mu_i(t) + r_i S_i(t) \quad (2.1.3)$$

wo  $p_i$  – der Preis des Versicherungsvertrages;

$D_i(t)$  – die Nachfrage nach Versicherungsdienstleistungen der bestimmten Art;

$a_i(t)$  – die Ausgaben an Werbung der bestimmten Art des Versicherungsdienstes;

$b_i$  – der Erwartungswert der Versicherungsausgaben;

$\mu_i(t)$  – die Intensität des Poisson-Prozesses der Versicherungsausgaben der bestimmten Art;

$r_i$  – Bankzins.

Nehmen wir an, dass die Nachfrage nach dem Versicherungsdienst der einzelnen Art (das heißt die Kundenanzahl) sich in Folge der Werbemaßnahmen von allen Versicherungsdienstleistungsarten des Unternehmens auf dem Markt bildet:

$$D_i(t) = \lambda_{0i}(t) + \beta_i F\left(f_i(a_i(t)), \dots, f_n(a_n(t))\right), i = \overline{1, n}, \quad (2.1.4)$$

$$\sum_{i=0}^n \beta_i = 1,$$

$\lambda_{0i}(t)$  – die Nachfrage bei der Abwesenheit der Werbung;

$\beta_i$  – der Marktanteil der bestimmten Art der Versicherung;

$F\left(f_i(a_i(t)), \dots, f_n(a_n(t))\right)$  – die Funktion der Werbungsleistung des Unternehmens auf dem Markt;

$f_i(a_i(t))$  – die Funktion der Werbungsleistung der bestimmten Art.

Nehmen wir an, dass die Funktion der Werbungsleistung<sup>37</sup> der bestimmten Art von Versicherungsdienst folgendermaßen aussieht:

$$f_i(a_i(t)) = \lambda_i a_i^{\alpha_i}, \lambda_i > 0, \alpha_i \in (0,1] \quad (2.1.5)$$

und dass  $f'_i \geq 0, f''_i \leq 0$ , und die Funktion  $F(f_1(a_1(t)), \dots, f_n(a_n(t)))$  additiv ist.

$a_i(t) = u_i(t)S_i(t)$  – die Ausgabenfunktion.

Dann schreiben wir die Kapitaldynamik (2.1.3) wieder um:

$$\dot{S}_i(t) = p_i \left( \lambda_{0i} + b_i \sum_{i=1}^n \lambda_i (u_i(t)S_i(t))^{\alpha_i} \right) + (r_i - u_i(t))S_i(t) - b_i \mu_i.$$

Wenn wir die ähnlichen Daten zusammenfassen bekommen wir folgendes System:

$$\begin{cases} \dot{S}_1(t) = A_{11}(u_1 S_1(t))^{\alpha_1} + A_{12}(u_2 S_2(t))^{\alpha_2} + \dots + A_{1n}(u_n S_n(t))^{\alpha_n} + (r_1 - u_1)S_1(t) + C_1, \\ \dot{S}_2(t) = A_{21}(u_1 S_1(t))^{\alpha_1} + A_{22}(u_2 S_2(t))^{\alpha_2} + \dots + A_{2n}(u_n S_n(t))^{\alpha_n} + (r_2 - u_2)S_2(t) + C_2, \\ \dots \\ \dot{S}_n(t) = A_{n1}(u_1 S_1(t))^{\alpha_1} + A_{n2}(u_2 S_2(t))^{\alpha_2} + \dots + A_{nn}(u_n S_n(t))^{\alpha_n} + (r_n - u_n)S_n(t) + C_n \end{cases} \quad (2.1.6)$$

mit den Anfangsbedingungen:

$$S_1(t_0) = S_1^0, S_2(t_0) = S_2^0, \dots, S_n(t_0) = S_n^0, \quad (2.1.7)$$

wobei  $S_i(t_0)$  – das Durchschnittskapital der bestimmten Versicherungsart am Anfang der Planperiode  $t \in [t_0, T]$ ;  $A_{ij} = p_i \lambda_i \beta_{ij}, i = \overline{1, n}, \forall j = \overline{1, n}$ ;

$$C_i = p_i \lambda_{0i} - b_i \mu_i, i = \overline{1, n}.$$

Der Parameter  $C_i$  weist das Ergebnis der Grundtätigkeit der bestimmten Versicherungsabteilung des Unternehmens aus.

So besteht die Aufgabe der Optimierung der Werbetätigkeit des Versicherungsunternehmens darin, eine bzw. die Werbestrategie  $u_i(t)$  für den Zeitraum  $t \in [t_0, T]$ , auszuwählen, die die Maximierung der Kapitalgröße gewährleistet:

<sup>37</sup> Vgl. Барышников А., 2002

$$L(T, t_0) = \sum_{i=1}^n S_i(T) \rightarrow \max$$

vorbehaltlich den Einschränkungen

$$0 \leq u_1(t) \leq \tilde{u}_1, \quad 0 \leq u_2(t) \leq \tilde{u}_2, \dots, \quad 0 \leq u_n(t) \leq \tilde{u}_n.$$

$$\begin{cases} \dot{S}_1(t) = A_{11}(u_1 S_1)(t)^{\alpha_1} + A_{12}(u_2 S_2)(t)^{\alpha_2} + \dots + A_{1n}(u_n S_n)(t)^{\alpha_n} + (r_1 - u_1)S_1(t) + C_1, \\ \dot{S}_2(t) = A_{21}(u_1 S_1)(t)^{\alpha_1} + A_{22}(u_2 S_2)(t)^{\alpha_2} + \dots + A_{2n}(u_n S_n)(t)^{\alpha_n} + (r_2 - u_2)S_2(t) + C_2, \\ \dot{S}_n(t) = A_{n1}(u_1 S_1)(t)^{\alpha_1} + A_{n2}(u_2 S_2)(t)^{\alpha_2} + \dots + A_{nn}(u_n S_n)(t)^{\alpha_n} + (r_n - u_n)S_n(t) + C_n \end{cases}$$

mit den Anfangsbedingungen

$$S_1(t_0) = S_1^0, S_2(t_0) = S_2^0, \dots, S_n(t_0) = S_n^0.$$

$$\text{wo } t \in [t_0, T], A_{ij} = p_i \lambda_i \beta_j, i = \overline{1, n}, \forall j = \overline{1, n},$$

$$\lambda_i > 0, \alpha_i \in (0, 1]$$

$$\sum_{i=0}^n \beta_i = 1,$$

$$C_i = p_i \lambda_{0i} - b_i \mu_i, i = \overline{1, n}.$$

## 2.2 Methode zur Lösung

Sehen wir uns nun die Methode an, die von D. D. Akhmedova und A. F. Terpugov<sup>38</sup> präsentiert wurde, welche den Einfluss der Werbung auf die Kapitalcharakteristik beschreibt und die Bedingungen erkennt, bei denen die Werbung effektiv ist.

### Das Modell des Versicherungsunternehmens

Zeigen wir auf, dass im Zeitmoment  $t$  sich das Versicherungsunternehmen mit seinem Kapital  $S(t)$  und mit der Anzahl von den Kunden  $k(t)$  charakterisiert, die schon versichert sind. Dann zeigen wir auf, dass das Unternehmen einen Teil von seinem Kapital für die Werbung ausgibt, so dass in dem Intervall  $[t, t+\Delta t]$  der

<sup>38</sup> Ахмедова Д., Терпугов А., 2001, S. 25-28

Geldbetrag  $\alpha S(t)\Delta t + o(\Delta t)$  für die Werbung ausgegeben wird, wobei  $\alpha$  – der Parameter ist, den man anpassen kann.

Um die Hauptcharakteristik des Kapitals zu finden notieren wir die Wahrscheinlichkeit der Geschehen, die in dem Abschnitt  $[t, t+\Delta t]$  passieren können. Auf solche Weise können folgende Situationen stattfinden:

1. Mit der Wahrscheinlichkeit  $(\lambda_0 + \lambda_1 \alpha S(t)) \Delta t + o(\Delta t)$  kommt in das Unternehmen der neue Kunde und leistet die Versicherungszahlung  $\xi$ , die eine zufällige Größe mit der Verteilungsfunktion  $F_1(\xi)$  ist. Die Formel  $\lambda_1 \alpha S(t)$  beschreibt den Zufluss der neuen Kunden, die dank der Werbung gekommen sind, und Parameter  $\lambda_1$  bestimmt dabei die Effizienz der Werbung.
2. Mit der Wahrscheinlichkeit  $\mu_1 k \Delta t + o(\Delta t)$  tritt der Versicherungsfall ein und das Unternehmen bezahlt die Versicherungsentschädigung  $\eta$ , die eine zufällige Größe mit der Verteilungsfunktion  $F_2(\eta)$  ist.
3. Mit der Wahrscheinlichkeit  $\mu_2 k \Delta t + o(\Delta t)$  bekommt man den Beitrag  $\zeta$  von den Kunden, die schon in diesem Unternehmen versichert sind, der eine zufällige Größe mit der Verteilungsfunktion  $F_3(\zeta)$  ist.
4. Schließlich, mit der Wahrscheinlichkeit  $\mu k \Delta t + o(\Delta t)$  wird ein Versicherungsvertrag beendet und der Kunde verlässt das Unternehmen.

Die Gleichung für den Zentralwert des Kapitals und für die Anzahl der Unternehmenskunden<sup>39</sup>

Nehmen wir an, dass  $\Delta S(t) = S(t+\Delta t) - S(t)$  та  $\Delta k(t) = k(t+\Delta t) - k(t)$  die Änderung des Kapitals und der Kundenanzahl des Unternehmens in der bestimmten Zeitperiode  $\Delta t$  ist. Anhand des oben beschriebenen Modells sind sie die zufällige Größe, die folgende Bedeutungen annehmen kann (mit Genauigkeit  $o(\Delta t)$ ):

$$\Delta k(t) = \begin{cases} +1, \text{ mit Wahrscheinlichkeit } (\lambda_0 + \lambda_1 \alpha S(t)) \Delta t, \\ -1, \text{ mit Wahrscheinlichkeit } \mu k(t) \Delta t, \\ 0, \text{ mit Wahrscheinlichkeit } 1 - (\lambda_0 + \lambda_1 \alpha S(t) + \mu k(t)) \Delta t \end{cases} \quad (2.2.1)$$

$$\Delta S(t) = \begin{cases} \xi - \alpha S(t), \text{ mit Wahrscheinlichkeit } (\lambda_0 + \lambda_1 \alpha S(t)) \Delta t, \\ -\eta - \alpha S(t), \text{ mit Wahrscheinlichkeit } \mu_1 k(t) \Delta t, \\ \zeta - \alpha S(t), \text{ mit Wahrscheinlichkeit } \mu_2 k(t) \Delta t, \\ -\alpha S(t), \text{ mit Wahrscheinlichkeit } 1 - (\lambda_0 + \lambda_1 \alpha S(t) + \mu_1 k(t) + \mu_2 k(t)) \Delta t \end{cases} \quad (2.2.2)$$

<sup>39</sup> Vgl. Астафьева Е., Терпугов А., 2004, S.34-36

Bezeichnen wir:

$$M\{\xi\} = \int_0^{\infty} \xi dF_1(\xi) = a;$$

$$M\{\eta\} = \int_0^{\infty} \eta dF_2(\eta) = b;$$

$$M\{\zeta\} = \int_0^{\infty} \zeta dF_3(\zeta) = c.$$

Schreiben wir die Gleichsetzung für die mathematische Erwartung und für Kundenanzahl des Unternehmens in Zeitperiode  $t$ . Wenn wir mit den Glied  $\Delta t$  einschränken, bekommen wir aus (2.2.1) und (2.2.2):

$$\begin{aligned} M\{\Delta S(t)\} &= M\{\xi\}(\lambda_0 + \lambda_1 \alpha M\{S(t)\}) \Delta t - M\{\eta\} \mu_1 M\{k(t)\} \Delta t + \\ &+ M\{\zeta\} \mu_2 M\{k(t)\} \Delta t - \alpha M\{S(t)\} \Delta t + o(\Delta t), \end{aligned}$$

d.h.

$$\Delta \bar{S}(t) = \left[ a(\lambda_0 + \lambda_1 \alpha \bar{S}(t)) - b \mu_1 \bar{k}(t) + c \mu_2 - \alpha \bar{S}(t) \right] \Delta t + o(\Delta t).$$

Analog

$$\Delta \bar{k}(t) = [\lambda_0 + \lambda_1 \alpha \bar{S}(t)] \Delta t - \mu \bar{k}(t) \Delta t + o(\Delta t).$$

Nach der Division auf  $\Delta t$  und dem Grenzübergang  $\Delta t \rightarrow 0$  bekommen wir ein System der Differentialgleichung, die die Dynamik vom Zentralwert des Kapitals und der Anzahl der Unternehmenskunden beschreibt.

$$\frac{d\bar{S}}{dt} = a\lambda_0 + \alpha(\lambda_1 a - 1)\bar{S} + (c\mu_2 - b\mu_1)\bar{k}$$

$$\frac{d\bar{k}}{dt} = \lambda_0 + \lambda_1 \alpha \bar{S} - \mu \bar{k}. \quad (2.2.3)$$

### Die Dynamik von Kapital und Kundenanzahl

Bezeichnen wir durch  $\gamma$  die Wurzel von der charakteristischen Gleichung des Systems (2.2.3). Die Gleichung sieht so:

$$\begin{vmatrix} \alpha(\lambda_1 a - 1) - \gamma & c\mu_2 - b\mu_1 \\ \lambda_1 a & -\mu - \gamma \end{vmatrix} = 0$$

oder anders dargestellt:

$$\gamma^2 + \gamma(\mu + \alpha(1 - \lambda_1 a)) + \alpha(\mu(1 - \lambda_1 a) - \lambda_1(c\mu_2 - b\mu_1)) = 0,$$

daraus

$$\gamma_1 = -\frac{\mu + \alpha - \lambda_1 a \alpha + \sqrt{D}}{2},$$

$$\gamma_2 = -\frac{\mu + \alpha - \lambda_1 a \alpha - \sqrt{D}}{2},$$

$$D = (\mu + \alpha - \lambda_1 a \alpha)^2 - 4\alpha[\lambda_1(b\mu_1 - c\mu_2 - \mu\alpha) + \mu]. \quad (2.2.4)$$

Die allgemeine Lösung des Systems (2.2.3) hat folgende Form

$$\bar{k}(t) = C_1 e^{\gamma_1 t} + C_2 e^{\gamma_2 t} + \frac{\alpha \lambda_0}{\gamma_1 \gamma_2},$$

$$\bar{S}(t) = \frac{1}{\lambda_1 \alpha} \left[ C_1 (\gamma_1 + \mu) e^{\gamma_1 t} + C_2 (\gamma_2 + \mu) e^{\gamma_2 t} + \frac{\mu \alpha \lambda_0}{\gamma_1 \gamma_2} - \lambda_0 \right], \quad (2.2.5)$$

Die Konstante  $C_1$  und  $C_2$  kann man aus Anfangsbedingungen

$\bar{S}(0) = S_0, \bar{k}(0) = k_0$  berechnen. Die zugehörigen Formeln zur Berechnung sind sehr komplex.

#### Die Bedingungen vom Nutzeffekt der Werbung<sup>40</sup>

Das Wichtigste bei der Lösung (2.2.5) ist das Vorhandensein von exponentiell wachsenden Gliedern in der Gleichung. Das Vorzeichen der Lösung der Gleichung (2.2.4) bestimmt, ob die Kundenanzahl und der Unternehmensgewinn exponentiell steigen werden, d.h. es bestimmt den Werbungsnutzeffekt.

Gehen wir zur dimensionslosen Größe  $z = \gamma/\mu$  über und führen die nachfolgenden

Parameter ein:

$$p_1 = \alpha \lambda_1;$$

<sup>40</sup> Vgl. Ахмедова Д., Змеев О., Терпугов А., 2002, 181-184

$$p_2 = \lambda_1 \left( c \frac{\mu_2}{\mu} - b \frac{\mu_1}{\mu} \right). \quad (2.2.6)$$

Der Erste von ihnen bezeichnet das Zusatzeinkommen von den Kunden, die dank der Werbung gekommen sind, der zweite bedeutet das Zusatzeinkommen von denen, die schon versichert sind.

Dann kann man die Gleichung (2.2.4) für  $z$  folgendermaßen beschreiben:

$$z^2 + z \left( 1 + \frac{\alpha}{\mu} (1 - p_1) \right) + \frac{\alpha}{\mu} (1 - p_1 - p_2) = 0 \quad (2.2.7)$$

Die Werbung ist effektiv wenn  $\alpha/\mu$  existiert und eine der folgenden Bedingungen erfüllt ist:

- A) Beide Wurzeln sind reell und eine von ihnen ist größer als Null;
- B) Beide Wurzeln sind reell und beide von ihnen sind größer als Null Das kann man als maximale Effizienz der Werbung charakterisieren;
- C) Die Wurzel sind komplex konjugieren, aber  $\text{Re } z > 0$ .

Erkennen wir die Bedingungen, bei denen die Effizienz der Werbung möglich ist. Wenn wir vom Gegenteil ausgehen, d.h. die Werbung ist uneffektiv, dann befinden sich beide Gleichungswurzeln (2.2.7) in der linken Halbebene. Laut des Hurvitzkriteriums<sup>41</sup> wird das nur dann geschehen, wenn die Matrix

$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{\alpha}{\mu} (1 - p_1) & 1 \\ 0 & \frac{\alpha}{\mu} (1 - p_1 - p_2) \end{bmatrix} \quad (2.2.8)$$

positiv wird. Und das kann nur bei folgenden Bedingungen passieren:

$$1 + \frac{\alpha}{\mu} (1 - p_1) > 0;$$

$$\frac{\alpha}{\mu} (1 - p_1 - p_2) > 0. \quad (2.2.9)$$

<sup>41</sup> The Routh–Hurwitz stability criterion is a necessary and sufficient method to establish the stability of a single-input, single-output, linear time invariant control system.

Wenn nur eine der beiden Bedingungen nicht erfüllt ist, dann wird mindestens eine der Wurzeln einen positiven Realteil erhalten und die Werbung wird effektiv. Betrachtet man, dass  $\alpha/\mu$  größer als Null ist, so kann man sagen, dass die

Werbung effektiv ist, wenn nur eine von folgenden Bedingungen erfüllt ist:

$$p_1 + p_2 > 1;$$

$$p_1 > 1 + \frac{\mu}{\lambda}.$$

Setzt man die Parameter  $p_1$  und  $p_2$  aus (2.2.6) in die obigen Bedingungen ein, werden die Bedingungen folgendermaßen widerspiegelt:

$$\lambda_1 \left( \alpha + \frac{c\mu_2 - b\mu_1}{\mu} \right) > 1;$$

$$\lambda_1 \alpha > 1 + \frac{\mu}{\alpha}. \quad (2.2.10)$$

Bei der Erfüllung der ersten Bedingung wird die Werbung bei beliebigen  $\alpha > 0$  effektiv. Die zweite Bedingung kann nur dann erfüllt werden, wenn  $\lambda_1 \alpha > 1$  ist, sie gibt die Beschränkung auf die Parametergröße  $\alpha$ , die die Geldmenge bestimmt, die für die Werbung zugewiesen wird:

$$\alpha > \frac{\mu}{\lambda_1 \alpha - 1}. \quad (2.2.11)$$

Also ist die Werbung nur dann effektiv, wenn  $\alpha$  größer als eine gewisse Größe ist.

### Die Abrechnung von Nachwirkung der Werbung

Das oben untersuchte Modell der Werbewirkung hat den Mangel, dass hier die Werbewirkung über den Zeitpunkt der Unterbrechung oder Beendigung der Werbeaktivität hinaus nicht berücksichtigt wird.

In Wirklichkeit wirken diese Werbeaktivitäten aber einen gewissen Zeitraum nach.

Betrachten wir nun das Modell, das diese Nachwirkung berücksichtigt. Dazu führen wir eine zusätzliche Größe  $R$  ein, die die Werbewirkung widerspiegelt, und



wir weisen aus, dass diese Größe mit der Geldmenge  $\alpha S$  (die auf die Werbung bestimmt ist) in Korrelation verknüpft ist.

$$\kappa \frac{dR}{dt} + R = \alpha S, \quad (2.2.12)$$

so dass bei  $\kappa = 0$   $R = \alpha S$  die Nachwirkung der Werbung nicht existiert.

Im bestimmten Modell (2.2.3) führt die Einführung dieser Größe zum Kombinationsersatz  $\lambda_1 \alpha S$  auf  $\lambda_1 R$ , dann sieht das System (2.2.3) folgendermaßen aus:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{S}}{dt} &= \alpha \lambda_0 + \alpha \lambda_1 \bar{R} - \alpha \bar{S} + (c\mu_2 - b\mu_1) \bar{k}, \\ \frac{d\bar{k}}{dt} &= \lambda_0 + \lambda_1 \bar{R} - \mu \bar{k}, \\ \kappa \frac{d\bar{R}}{dt} &= \alpha \bar{S} - R. \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

Die charakteristische Gleichsetzung, dass diesem System entspricht, sieht dann so aus:

$$\begin{vmatrix} -\alpha - \gamma & c\mu_2 - b\mu_1 & \alpha \lambda_1 \\ 0 & -\mu - \gamma & \lambda_1 \\ \alpha & 0 & -\frac{1}{\kappa} - \gamma \end{vmatrix} = 0,$$

und das gibt die folgende kubische Gleichung für Wurzel  $\gamma$ :

$$\begin{aligned} \gamma^3 + a_1 \gamma^2 + b_1 \gamma + c_1 &= 0, \\ a_1 &= \alpha + \mu + \frac{1}{\kappa}, \\ b_1 &= \alpha \mu + \frac{\alpha + \mu - \alpha \lambda_1}{\kappa}, \\ c_1 &= -\frac{\alpha}{\kappa} (\mu (\alpha \lambda_1 - 1) + \lambda_1 (c\mu_2 - b\mu_1)). \end{aligned} \quad (2.2.14)$$

Für die Forschung der Werbeeffizienz benutzen wir das Hurwitzkriterium<sup>42</sup>. Anhang der Bestimmung, dass das Polynom konstant ist, wenn

$$\forall l = 1, 3, \quad \operatorname{Re} \gamma_l < 0.$$

Für das gegebene Polynom sieht die Routhmatrix folgendermaßen aus:

$$\begin{bmatrix} c_1 & 1 & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ 0 & 0 & a_1 \end{bmatrix},$$

und für die Standfestigkeit des Polynoms ist es eine notwendige und hinreichende Bedingung, dass alle Hauptunterdeterminanten der Routhmatrix größer als Null sind.

$$-\frac{a}{K}(\mu(a\lambda_1 - 1) + \lambda_1(c\mu_2 - b\mu_1)) > 0,$$

$$\alpha + \mu + \frac{1}{K} > 0,$$

$$-\alpha \left( \frac{\mu(a\lambda_1 - 1) + \lambda_1(c\mu_2 - b\mu_1)}{K} \right) \left( \alpha\mu + \frac{\alpha + \mu - \alpha a\lambda_1}{K} \right) - \left( \alpha + \mu + \frac{1}{K} \right) > 0.$$

Bei der Verletzung einer dieser Bedingungen wird sich mindestens eine der Gleichungslösungen (2.2.14) in der rechten Halbebene befinden, und die Werbung wird damit effektiv. Wenn  $\alpha > 0, K > 0$ , wird die Werbung effektiv, wenn mindestens eine der folgenden Bedingungen erfüllt ist.

$$\mu(a\lambda_1 - 1) + \lambda_1(c\mu_2 - b\mu_1) > 0,$$

$$\alpha \left( \frac{\mu(a\lambda_1 - 1) + \lambda_1(c\mu_2 - b\mu_1)}{K} \right) \left( \alpha\mu + \frac{\alpha + \mu - \alpha a\lambda_1}{K} \right) + \left( \alpha + \mu + \frac{1}{K} \right) > 0.$$

Wenn die erste von diesen Bedingungen mit der ersten Bedingung aus (2.2.10) übereinstimmt, wird die Werbung für diesen Fall für jedes  $\alpha > 0$  effektiv. Wenn die erste Bedingung nicht erfüllt ist, dann wird die zweite Bedingung nur in bestimmten Wertebereichen  $\alpha$  erfüllt sein und bei  $K \rightarrow 0$  geht diese in (2.2.11) über.

<sup>42</sup> Vgl. Первозванский А., 1986, S.438

## 2.3 Lösungsalgorithmus

Betrachten wir das Kriterium, welche Unternehmenseinkommen am Ende der Werbeaktion beschreibt.

$$L(T, t_0) = \sum_{i=1}^n S_i(T) \quad (2.3.1)$$

und auch die Formel

$$\dot{S}_i(t) S_i(T) = S_i(t_0) + \int_{t_0}^T \dot{S}_i(t) dt \quad (2.3.2)$$

wobei  $\dot{S}_i(t)$  – die Geschwindigkeit der Veränderung von Durchschnittskapital;

$S_i(t_0)$  – das Durchschnittskapital der bestimmten Art der Versicherung am Anfang der Planperiode  $t \in [t_0, T]$ ; ist.

Fügen wir das Kriterium (2.3.2) in (2.3.1) ein, bekommen wir:

$$J(T, t_0) = \sum_{i=1}^n \left( \int_{t_0}^T \dot{S}_i(t) dt + S_i(t_0) \right)$$

Öffnen wir die Klammer

$$J(T, t_0) = \sum_{i=1}^n \int_{t_0}^T \dot{S}_i(t) dt + \sum_{i=1}^n S_i(t_0) \quad (2.3.3)$$

Betrachten wir das System (2.1.6)

$$\begin{cases} \dot{S}_1(t) = A_{11}(u_1 S_1(t))^{\alpha_1} + A_{12}(u_2 S_2(t))^{\alpha_2} + \dots + A_{1n}(u_n S_n(t))^{\alpha_n} + (r_1 - u_1) S_1(t) + C_1, \\ \dot{S}_2(t) = A_{21}(u_1 S_1(t))^{\alpha_1} + A_{22}(u_2 S_2(t))^{\alpha_2} + \dots + A_{2n}(u_n S_n(t))^{\alpha_n} + (r_2 - u_2) S_2(t) + C_2, \\ \dot{S}_n(t) = A_{n1}(u_1 S_1(t))^{\alpha_1} + A_{n2}(u_2 S_2(t))^{\alpha_2} + \dots + A_{nn}(u_n S_n(t))^{\alpha_n} + (r_n - u_n) S_n(t) + C_n \end{cases}$$

Das erste Glied der Formel (2.3.3) bekommen wir, wenn wir dieses System über die einzelnen Spalten summieren.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \int_{t_0}^T \dot{S}_i(t) dt &= A_{11}(u_1 S_1(t))^{\alpha_1} + A_{21}(u_1 S_1(t))^{\alpha_1} + \dots + A_{n1}(u_1 S_1(t))^{\alpha_1} + \\ &+ A_{12}(u_2 S_2(t))^{\alpha_2} + A_{22}(u_2 S_2(t))^{\alpha_2} + \dots + A_{n2}(u_2 S_2(t))^{\alpha_2} + \dots + \\ &+ A_{1n}(u_n S_n(t))^{\alpha_n} + A_{2n}(u_n S_n(t))^{\alpha_n} + \dots + A_{nn}(u_n S_n(t))^{\alpha_n} + \end{aligned}$$

$$+(r_1 - u_1)S_1(t) + (r_2 - u_2)S_2(t) + \dots + (r_n - u_n)S_n(t) + C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

Dann sieht (2.3.3) folgendermaßen aus:

$$J(T, t_0) = \sum_{i=1}^n \int_{t_0}^T \dot{S}_i(t) dt + \sum_{i=1}^n S_i(t_0) = \int_{t_0}^T [P_{11}(u_1 S_1(t))^{\alpha_1} + P_{22}(u_2 S_2(t))^{\alpha_2} + \dots + P_{nn}(u_n S_n(t))^{\alpha_n} + (r_1 - u_1(t))S_1(t) + (r_2 - u_2(t))S_2(t) + \dots + (r_n - u_n(t))S_n(t) + C_1 + C_2 + \dots + C_n] dt + S_1(t_0) + S_2(t_0) + \dots + S_n(t_0), \quad (2.3.4)$$

wo  $P_{ii} = \sum_{j=1}^n A_{ji}$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Das Kriteriumsoptimum (2.3.1) erreicht man im Punkt, wo die unterintegrale Funktion (2.3.4) ihr Maximum ohne Beschränkungen (2.1.2) erreicht.

Unter der Berücksichtigung der notwendigen Bedingung für die Existenz des Integranden ergibt sich das folgende System:

$$\begin{cases} u_1 = \frac{[\alpha_1 P_{11}]^{\frac{1}{1-\alpha_1}}}{S_1}, \\ u_2 = \frac{[\alpha_2 P_{22}]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}}{S_2}, \\ \dots \\ u_n = \frac{[\alpha_n P_{nn}]^{\frac{1}{1-\alpha_n}}}{S_n}. \end{cases}$$

Da die Hessematrix<sup>43</sup> in unserem Fall den folgenden Ausdruck hat:

$$G = \begin{pmatrix} (\alpha_1 - 1)P_{11} u_1^{\alpha_1 - 2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (\alpha_2 - 1)P_{22} u_2^{\alpha_2 - 2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & (\alpha_n - 1)P_{nn} u_n^{\alpha_n - 2} \end{pmatrix}$$

und als negativ bestimmt ist (die Hauptunterdeterminanten wechseln die Bezeichnung  $\Delta_1 < 0$ ,  $\Delta_2 > 0$ , ... ab), ist das eine genügende Bedingung von der Existenz des Maximums der unterintegralen Funktion (2.3.4.).

Also, ist der Algorithmus der Aufgabenlösung:

<sup>43</sup> Die Hesse-Matrix (nach Otto Hesse) ist eine Matrix, die in der mehrdimensionalen reellen Analysis ein Analogon zur zweiten Ableitung einer Funktion ist.

Schritt 1: Bilden wir die Matrix  $P_{ii} = \sum_{j=1}^n A_{ji}$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Schritt 2: Zerschlagen wir das Intervall  $[t_0, T]$  an  $N$  Teilen mit dem Schritt  $h = \frac{T-t_0}{N}$ . Entsprechend der Anfangsdaten halten wir, dass

$$\begin{cases} u_1^0 = \begin{cases} \tilde{u}_1, & \text{wenn } \frac{(a_1 P_{11})^{\frac{1}{1-a_1}}}{S_1^0} \geq \tilde{u}_1, \\ \frac{(a_1 P_{11})^{\frac{1}{1-a_1}}}{S_1^0}, & \text{wenn } \frac{(a_1 P_{11})^{\frac{1}{1-a_1}}}{S_1^0} \leq \tilde{u}_1, \end{cases} \\ u_2^0 = \begin{cases} \tilde{u}_2, & \text{wenn } \frac{(a_2 P_{22})^{\frac{1}{1-a_2}}}{S_2^0} \geq \tilde{u}_2, \\ \frac{(a_2 P_{22})^{\frac{1}{1-a_2}}}{S_2^0}, & \text{wenn } \frac{(a_2 P_{22})^{\frac{1}{1-a_2}}}{S_2^0} \leq \tilde{u}_2, \end{cases} \\ \dots \dots \dots \\ u_n^0 = \begin{cases} \tilde{u}_n, & \text{wenn } \frac{(a_n P_{nn})^{\frac{1}{1-a_n}}}{S_n^0} \geq \tilde{u}_n, \\ \frac{(a_n P_{nn})^{\frac{1}{1-a_n}}}{S_n^0}, & \text{wenn } \frac{(a_n P_{nn})^{\frac{1}{1-a_n}}}{S_n^0} \leq \tilde{u}_n. \end{cases} \end{cases}$$

Schritt 3: Zahlenmäßig lösen wir das Anfangswertproblem<sup>44</sup> für das System

$$\begin{cases} \dot{S}_1(t) = A_{11}(u_1^0 S_1(t))^{a_1} + A_{12}(u_2^0 S_2(t))^{a_2} + \dots + A_{1n}(u_n^0 S_n(t))^{a_n} + (r_1 - u_1^0)S_1(t) + C_1, \\ \dot{S}_2(t) = A_{21}(u_1^0 S_1(t))^{a_1} + A_{22}(u_2^0 S_2(t))^{a_2} + \dots + A_{2n}(u_n^0 S_n(t))^{a_n} + (r_2 - u_2^0)S_2(t) + C_2, \\ \dot{S}_n(t) = A_{n1}(u_1^0 S_1(t))^{a_1} + A_{n2}(u_2^0 S_2(t))^{a_2} + \dots + A_{nn}(u_n^0 S_n(t))^{a_n} + (r_n - u_n^0)S_n(t) + C_n \end{cases}$$

mit den Anfangsbedingungen (Startkapital der Zweigstelle)

$$S_1(t_0) = S_1^0, \quad S_2(t_0) = S_2^0, \quad \dots, \quad S_n(t_0) = S_n^0,$$

$$t \in [t_0, t_1 = t_0 + h].$$

Bezeichnen wir das Kapital am Ende des Intervalls  $[t_0, t_1]$

$$S_1^1 = S_1(t_1), S_2^1 = S_2(t_1), \dots, S_n^1 = S_n(t_1).$$

<sup>44</sup> A cauchy problem (german: Anfangswertproblem) in mathematics asks for the solution of a partial differential equation that satisfies certain conditions which are given on a hypersurface in the domain.

Schritt 4: Für jeden folgenden Zeitraum  $t \in [t_k, t_{k+1} = t_k + h], k = 1, N$ , wiederholt sich die Prozedur aus Schritt 2.

$$\begin{cases} u_1^k = \begin{cases} \tilde{u}_1, & \text{wenn } \frac{(a_1 P_{11})^{\frac{1}{1-\alpha_1}}}{S_1^k} \geq \tilde{u}_1, \\ \frac{(a_1 P_{11})^{\frac{1}{1-\alpha_1}}}{S_1^k}, & \text{wenn } \frac{(a_1 P_{11})^{\frac{1}{1-\alpha_1}}}{S_1^k} \leq \tilde{u}_1, \end{cases} \\ \dots \dots \dots \\ u_n^k = \begin{cases} \tilde{u}_n, & \text{wenn } \frac{(a_n P_{nn})^{\frac{1}{1-\alpha_n}}}{S_n^k} \geq \tilde{u}_n, \\ \frac{(a_n P_{nn})^{\frac{1}{1-\alpha_n}}}{S_n^k}, & \text{wenn } \frac{(a_n P_{nn})^{\frac{1}{1-\alpha_n}}}{S_n^k} \leq \tilde{u}_n, \end{cases} \end{cases}$$

und aus Schritt 3

$$\begin{cases} \dot{S}_1(t) = A_{11}(u_1^k S_1(t))^{\alpha_1} + A_{12}(u_2^k S_2(t))^{\alpha_2} + \dots + A_{1n}(u_n^k S_n(t))^{\alpha_n} + (r_1 - u_1^k)S_1(t) + C_1, \\ \dot{S}_2(t) = A_{21}(u_1^k S_1(t))^{\alpha_1} + A_{22}(u_2^k S_2(t))^{\alpha_2} + \dots + A_{2n}(u_n^k S_n(t))^{\alpha_n} + (r_2 - u_2^k)S_2(t) + C_2, \\ \dots \\ \dot{S}_n(t) = A_{n1}(u_1^k S_1(t))^{\alpha_1} + A_{n2}(u_2^k S_2(t))^{\alpha_2} + \dots + A_{nn}(u_n^k S_n(t))^{\alpha_n} + (r_n - u_n^k)S_n(t) + C_n, \end{cases} \quad (2.3.3.)$$

$$S_1(t_k) = S_1^k, S_2(t_k) = S_2^k, \dots, S_n(t_k) = S_n^k,$$

$$t \in [t_k, t_{k+1} = t_k + h], \quad k = \overline{1, N}.$$

Wenn für den beliebigen Schritt  $k = i, i = \overline{1, N}$ , die Bedingung

$$\begin{cases} \frac{[a_1 P_{11}]^{\frac{1}{1-\alpha_1}}}{S_1^i} \leq \tilde{u}_1, \\ \dots \dots \dots \\ \frac{[a_n P_{nn}]^{\frac{1}{1-\alpha_n}}}{S_n^i} \leq \tilde{u}_n, \end{cases} \quad (2.3.4)$$

erfüllt ist, dann erhalten wir

$$\begin{cases} u_1^i = \frac{[a_1 P_{11}]^{\frac{1}{1-\alpha_1}}}{S_1^i}, \\ \dots \dots \dots \\ u_n^i = \frac{[a_n P_{nn}]^{\frac{1}{1-\alpha_n}}}{S_n^i}. \end{cases} \quad (2.3.5)$$

Setzen wir (2.3.5) in das Anfangssystem (2.3.3) ein. und betrachten wir zum Beispiel  $\dot{s}_1(\tau)$ :

$$\begin{aligned} \dot{S}_1(t) = & A_{11} \left( \frac{[\alpha_1 P_{11}]^{\frac{1}{1-\alpha_1}}}{S_1} S_1(t) \right)^{\alpha_1} + A_{12} \left( \frac{[\alpha_2 P_{22}]^{\frac{1}{1-\alpha_2}}}{S_2} S_2(t) \right)^{\alpha_2} + \dots + \\ & + A_{1n} \left( \frac{[\alpha_n P_{nn}]^{\frac{1}{1-\alpha_n}}}{S_n} S_n(t) \right)^{\alpha_n} + \left( r_1 - \frac{[\alpha_n P_{nn}]^{\frac{1}{1-\alpha_n}}}{S_n} \right) S_1(t) + C_1 \end{aligned}$$

Kürzen wir dann in den Klammerausdrücken  $S_1$  im Zähler und Nenner, dann bekommen wir das folgende System:

[illegible]

$$S_1(t_i) = S_1^t, \dots, S_m(t_i) = S_m^t,$$

$$t \in [t_i, t_{i+1}], \quad i = \overline{k, N}.$$

Schritt 5: Berechnen wir die Bedeutung  $I = (T, t_0)$

$$J(T, t_0) = \sum_{i=1}^n \int_{t_0}^T \dot{S}_i(t) dt + \sum_{i=1}^n S_i(t_0) = \int_{t_0}^T [P_{11}(u_1 S_1(t))^{\alpha_1} + P_{22}(u_2 S_2(t))^{\alpha_2} + \dots + P_{nn}(u_n S_n(t))^{\alpha_n} + (r_1 - u_1(t))S_1(t) + (r_2 - u_2(t))S_2(t) + \dots + (r_n - u_n(t))S_n(t) + C_1 + C_2 + \dots + C_n] dt + S_i(t_0)(t_0).$$

Im folgenden Kapitel wird nun näher auf die informationstechnischen Grundlagen zur Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft eingegangen.

### **3 Informationstechnische Grundlagen zur Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft**

#### **3.1 Die Datengrundlage für die Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft**

Das Versicherungsunternehmen „Allianz“, das sich auf Absicherung von Risiken spezialisiert hat und dafür verschiedene Versicherungsprodukte anbietet, möchte sein Gewinn erhöhen. Die Gewinnsteigerung kann man dank Verarbeitung und Durchführung einer langfristigen und qualitativen Werbepolitik, die die Möglichkeit schafft, mehr Kunden zu gewinnen, erreichen. Die Kundenakquirierung dank verschiedener Werbearten ist ein sehr wichtiges Instrument des Konkurrenzkampfs auf dem Versicherungsmarkt.

Nehmen wir an, dass sich die Nachfrage nach dem Versicherungsdienst als Resultat der Werbemaßnahmen für alle Arten von Dienstleistungen des Unternehmens auf dem Markt heraus bildet.

Folgerichtig muss man für das Versicherungsunternehmen die Strategie der Werbung wählen, die den maximalen Gewinn für ein bestimmtes Zeitintervall gewährleistet. Unter der Strategie versteht man wann und wie viel Geld man in die Werbung der bestimmten Arten investieren muss, um den Gewinn zu maximieren.

Der Zweck der Durchführung der Werbemaßnahme von jedem Versicherungsunternehmen führt zur Maximierung des Kapitals (unter dem Kapital verstehen wir im unserem Fall der Gewinn nach Abzug der Versicherungsauszahlung) am Ende der Werbeperiode.  $t \in [t_0, T]$ .

Das Versicherungsunternehmen «Allianz» bietet drei Versicherungsarten an:

##### **1. Vermögensversicherung**

Physische und juristische Personen können Versicherungsverträge auf Objekte bezüglich derer sie ein Vermögensinteresse haben abschließen, wie z.B. Gebäude, Anlagen, Transportmittel, Schiffe, unvollendete Projekte der Produktion und der Großbautätigkeit, Güter, Rohstoffe oder andere Materialien.



Für die Ziele der Versicherung kann das Vermögen nach Arten von Wirtschaftssubjekten klassifiziert werden. Man unterscheidet nach Vermögen von Industrieunternehmen, Landwirtschaftsbetrieben und von Bürgern.

## 2. Haftpflichtversicherung

Bei der Haftpflichtversicherung sind das Objekt der Versicherung Schadensersatzansprüche, die durch Schädigungen von Leben, Gesundheit und Vermögen von Dritten durch den Versicherungsnehmer auftreten können.

## 3. Privatversicherung

Zur Privat- bzw. Personenversicherung gehören alle Versicherungsarten, die mit möglichen Ereignissen im Leben eines einzelnen Menschen verbunden sind. Hierzu gehören alle Versicherungsarten, welche Vermögensinteressen betreffen, die mit dem Leben, der Gesundheit, der Arbeitsfähigkeit und Rentengewährleistung des Versicherten verbunden sind.

Bekannte Größen im Modell sind:

$p_i$  – der Preis des Versicherungsvertrages, d.h. die Zahlung des Versicherten für den Versicherungsvertrag;

$b_i$  – mathematische Erwartung der Versicherungsauszahlung (durchschnittliche Auszahlung), entsprechend der Bedingungen der Versicherungspolice;

$\mu_i(t)$  – die Intensität des Poisson-Prozesses<sup>45</sup> der Versicherungsauszahlung der bestimmten Art, d.h. durchschnittliche Anzahl der Versicherungsauszahlungen der bestimmten Art pro Zeiteinheit;

$\lambda_{0i}(t)$  – die Nachfrage im Fall der Werbeabwesenheit;

$\beta_i$  – der Marktteil der bestimmten Art der Versicherung, d.h. der Anteil vom Erlös des Versicherungsunternehmens am Verkauf der bestimmten Versicherungsart im Gesamterlös;

$\bar{u}_i$  – maximal mögliche Ressource für Werbung der Versicherungsdienstleistungen der bestimmten Versicherungsart;

$r_i$  – Bankzins;

---

<sup>45</sup> Ein Poisson-Prozess ist ein nach Siméon Denis Poisson benannter stochastischer Prozess.

$S_i(0)$  – das Durchschnittskapital der bestimmten Versicherungsart am Anfang der Planperiode.

Betrachten wir die Funktion  $f_i(a_i(t))$ <sup>46</sup> die die Leistung der Unternehmenswerbung auf dem Markt zeigt.

$a_i(t)$  – die Ausgaben für die Werbung der bestimmten Versicherungsart,

- wenn  $\alpha_i = 1$ , dann sind die marginalen Werbungseffekte konstant;
- wenn  $\alpha_i < 1$ , dann sind die marginalen Werbungseffekte geringer.

Meist ist jedoch  $\alpha_i = \frac{1}{2}$ .

Alle Eingabedaten, die für die Lösung der vorgegebenen Aufgabe benötigt werden, sind aus der Tabelle 3-1 ersichtlich:

$\alpha_1$	0,5						
$\alpha_2$	0,5						
$\alpha_3$	0,5						
$p_1 =$	300	$\lambda_1 =$	1	$\beta_1$	0,25		
$p_2 =$	400	$\lambda_2 =$	1	$\beta_2$	0,15		
$p_3 =$	350	$\lambda_3 =$	1	$\beta_3$	0,3		
$\lambda_{01} =$	1	$b_1 =$	2000	$\mu_1 =$	0,05		
$\lambda_{02} =$	1	$b_2 =$	2500	$\mu_2 =$	0,07		
$\lambda_{03} =$	1	$b_3 =$	3000	$\mu_3 =$	0,08		
$r_1$	0,12	$u^*_1$	0,01	$S_1(0) =$	650000		
$r_2$	0,12	$u^*_2$	0,01	$S_2(0) =$	600000		
$r_3$	0,12	$u^*_3$	0,01	$S_3(0) =$	700000		

**Tabelle 3-1: Eingabedaten**

<sup>46</sup> Vgl. Зенкевич Н., Петросян Л., 2006, S. 20-24

Das Versicherungsunternehmen „Allianz“ führt im Laufe von 2 Jahren (24 Monaten) die Werbepolitik durch. Dann teilen wir das Intervall  $[0, 24]$  in 8 Anteile mit dem Intervall 3 Monate.

Benutzen wir den Lösungsalgorithmus der Aufgabe.

1) Errichten wir die Matrix  $A_{ij} = p_i \lambda_{ij} \beta_j$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $\forall j = \overline{1, n}$

$$A_{11} = 300 * 1 * 0,25 = 75$$

$$A_{21} = 400 * 1 * 0,15 = 60$$

$$A_{31} = 350 * 1 * 0,3 = 105$$

Dann sieht die Matrix A folgendermaßen aus:

$$A = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 75 & 75 & 75 \\ \hline 60 & 60 & 60 \\ \hline 105 & 105 & 105 \\ \hline \end{array}$$

2) Finden wir den Parameter

$$P_{it} = \sum_{j=1}^n A_{jt}, t = \overline{1, n}.$$

$$P_{11} = A_{11} + A_{21} + A_{31}$$

$$P_{11} = 75 + 60 + 105 = 240$$

3) Finden wir den Parameter  $C_i$ , welcher das Ergebnis der Haupttätigkeit der bestimmten Art der Versicherungsabteilung widerspiegelt.

$$C_i = p_i \lambda_{0i} - b_i \mu_i, i = \overline{1, n}.$$

$$C_1 = 300 * 1 - 2000 * 0,05 = 200$$

$$C_2 = 400 * 1 - 2500 * 0,07 = 225$$

$$C_3 = 350 * 1 - 3000 * 0,08 = 110$$

*Der Nullschritt.* Finden wir den Kapitalanteil, der für die Werbung der Versicherungsdienstleistung der bestimmten Art bestimmt ist, d. h.  $u_i(t)$

$$\left[ \begin{array}{l} u_1^0 = \begin{cases} 0,015, & \text{wenn } \frac{(a_1 P_{11})^{\frac{1}{1-\alpha_1}}}{S_1^0} \geq 0,015, \\ \frac{(a_1 P_{11})^{\frac{1}{1-\alpha_1}}}{S_1^0}, & \text{wenn } \frac{(a_1 P_{11})^{\frac{1}{1-\alpha_1}}}{S_1^0} \leq 0,015, \end{cases} \\ u_2^0 = \begin{cases} 0,016, & \text{wenn } \frac{(a_2 P_{22})^{\frac{1}{1-\alpha_2}}}{S_2^0} \geq 0,016, \\ \frac{(a_2 P_{22})^{\frac{1}{1-\alpha_2}}}{S_2^0}, & \text{wenn } \frac{(a_2 P_{22})^{\frac{1}{1-\alpha_2}}}{S_2^0} \leq 0,016, \end{cases} \\ \dots \dots \dots \\ u_n^0 = \begin{cases} 0,01 & \text{wenn } \frac{(a_n P_{nn})^{\frac{1}{1-\alpha_n}}}{S_n^0} \geq 0,01, \\ \frac{(a_n P_{nn})^{\frac{1}{1-\alpha_n}}}{S_n^0}, & \text{wenn } \frac{(a_n P_{nn})^{\frac{1}{1-\alpha_n}}}{S_n^0} \leq 0,01. \end{cases} \end{array} \right.$$

Berechnen wir die folgenden Werte:

$$\frac{(a_1 P_{11})^{\frac{1}{1-\alpha_1}}}{S_1^0} = \frac{\left(\frac{1}{2} * 240\right)^{\frac{1}{1-0,5}}}{650000} = 0,022$$

$$0,022 \geq 0,015 \Rightarrow x_1^0 = 0,015$$

und analog

$$\frac{(a_2 P_{22})^{\frac{1}{1-\alpha_2}}}{S_2^0} = 0,024 \geq 0,016 \Rightarrow x_2^0 = 0,016$$

$$\frac{(a_3 P_{33})^{\frac{1}{1-\alpha_3}}}{S_3^0} = 0,021 \geq 0,01 \Rightarrow x_3^0 = 0,01$$

*Schritt 1.* Finden wir die Geschwindigkeitsänderung vom Durchschnittskapital der bestimmten Art des Versicherungsdienstes. Dazu lösen wir zahlenmäßig das Anfangswertproblem für die nachfolgenden drei Gleichungen des Systems:

$$\begin{cases} \dot{S}_1(t) = A_{11}(u_1^0 S_1(t))^{a_1} + A_{12}(u_2^0 S_2(t))^{a_2} + A_{13}(u_3^0 S_3(t))^{a_3} + (r_1 - u_1^0)S_1(0) + C_1 \\ \dot{S}_2(t) = A_{21}(u_1^0 S_1(t))^{a_1} + A_{22}(u_2^0 S_2(t))^{a_2} + A_{23}(u_3^0 S_3(t))^{a_3} + (r_2 - u_2^0)S_2(0) + C_2 \\ \dot{S}_3(t) = A_{31}(u_1^0 S_1(t))^{a_1} + A_{32}(u_2^0 S_2(t))^{a_2} + A_{33}(u_3^0 S_3(t))^{a_3} + (r_3 - u_3^0)S_3(0) + C_3 \end{cases}$$

Die erhaltenen Ergebnisse legen wir in die Tabelle 3-2 ab.

delta $S_1(1)$	89 479,1
delta $S_2(1)$	79 448,3
delta $S_3(1)$	106 550,7

**Tabelle 3-2: Schritt 1**

Berechnen wir das Durchschnittskapital der bestimmten Versicherungsart für die ersten 3 Monate durch die Formel.

$$S_i(t) = \dot{S}_i(t) + S_i(0)$$

d.h.

$$S_1(t) = 739\,479,1$$

$$S_2(t) = 679\,448,3$$

$$S_3(t) = 806\,550,7$$

Also, am Ende der Werbeperiode beträgt das Unternehmenskapital \$2.225.478.

Berechnen wir den Kapitalanteil der bestimmten Art, der für die Werbung der Versicherungsleistungen ausgerichtet ist, d. h.  $u_i^1$  durch die Formel

$$\left[ \begin{aligned} u_1^k &= \begin{cases} \tilde{u}_1, & \text{wenn } \frac{(a_1 P_{11})^{\frac{1}{1-a_1}}}{S_1^k} \geq \tilde{u}_1, \\ \frac{(a_1 P_{11})^{\frac{1}{1-a_1}}}{S_1^k}, & \text{wenn } \frac{(a_1 P_{11})^{\frac{1}{1-a_1}}}{S_1^k} \leq \tilde{u}_1, \end{cases} \\ \dots \dots \dots \\ u_n^k &= \begin{cases} \tilde{u}_n, & \text{wenn } \frac{(a_n P_{nn})^{\frac{1}{1-a_n}}}{S_n^k} \geq \tilde{u}_n, \\ \frac{(a_n P_{nn})^{\frac{1}{1-a_n}}}{S_n^k}, & \text{wenn } \frac{(a_n P_{nn})^{\frac{1}{1-a_n}}}{S_n^k} \leq \tilde{u}_n, \end{cases} \end{aligned} \right.$$

Die Auszahlungsergebnisse sind in der Tabelle 3-3 dargestellt.

u1 =	0,0195	<b>0,015</b>
u2 =	0,0212	<b>0,016</b>
u3 =	0,0179	<b>0,01</b>

**Tabelle 3-3: Die Auszahlungsergebnisse**

In der zweiten Spalte der obigen Tabelle sind die Lösungen der nachfolgenden Ungleichung vom rechten Teil der Ungleichung dargestellt

$$\frac{[\alpha_i P_{ii}]^{\frac{1}{1-\alpha_i}}}{s_i^1} \geq \hat{u}_i$$

und in der dritten Spalte ist der jeweilige Endwert  $\hat{u}_i^1$  abgebildet.

In allen folgenden Schritten wiederholen wir den Erfüllungsalgorithmus der Berechnungen aus dem Schritt 1.

### 3.2 Vorstellung der Software zur Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft

Zuerst muss man alle nötigen Eingangsdaten der Versicherungsarten befüllen, um die weiteren Berechnungen zur gestellten Aufgabe mittels des aufgebauten mathematischen Modells durchzuführen zu können (Tabelle 3-4).

	Die Versicherungsarten		
	Die Vermögensversicherung	Die Haftpflichtversicherung	Die Personenversicherung
Preis, \$	300	400	350
Mathematische Erwartung der Versicherungsausgaben, \$	2000	2500	3000
Intensität des Poisson-Prozesses	0,05	0,07	0,08
Nachfrage bei der Werbeabwesenheit	1	1	1
Marktanteil	0,25	0,15	0,3
Maximale Ausgaben für die Werbung	0,015	0,016	0,01
Bank, %	12	12	12
Durchschnittskapital am Anfang, \$	650 000	600 000	700 000

**Tabelle 3-4: Eingangsdaten zu den Versicherungsarten**

Um die Daten in der entsprechenden Zelle zu befüllen, muss man sie aktivieren, die Daten befüllen und auf «ENTER» drücken.

Um zum Beispiel die Anfangswerte bezüglich des Preises vom Versicherungsvertrag zu befüllen, schreiben wir in die entsprechende Tabellenzelle in der Zeile mit Namen „Preis, \$“ den Vertragspreis von jeder Versicherungsart in Dollar hinein

In der zweiten Zeile mit dem Namen „Mathematische Erwartung der Versicherungsausgaben, \$“ schreiben wir entsprechend der Art der Versicherungsdienstleistung die Anfangsdaten von den Durchschnittswerten der Auszahlung hinein, die entsprechend der Policebedingung durchgeführt werden.

In die dritte Zeile mit dem Namen „Intensität des Poisson-Prozesses“ schreiben wir in die entsprechende Zelle die Daten über die Intensität des Poisson-Prozesses von Versicherungsauszahlungen der bestimmten Art hinein, d. h. die Mittelwerte von der Menge der Versicherungsauszahlungen pro Zeiteinheit.

Die nächste Zeile der Tabelle befüllen wir mit Daten, die die „Nachfrage im Fall der Werbeabwesenheit“ in Abhängigkeit der jeweiligen Versicherungsart betreffen.

In die Zeile mit dem Namen „Marktanteil“ schreiben wir die Größe, die den Marktanteil der bestimmten Versicherungsart charakterisiert, d.h. den Gewinnanteil des Versicherungsunternehmens vom Verkauf des bestimmten Versicherungsdienstes am Gesamterlös.

In die folgende Zeile mit dem Namen „Maximale Ausgaben für die Werbung“ schreiben wir die maximal mögliche Größe des Geldes für die Werbung der Versicherungsdienstleistungen der bestimmten Versicherungsart hinein.

Die nächsten Kennzahlen der gegebenen Tabelle sind die Bankzinsen, die in die Zellen für die jeweilige Versicherungsart in der Zeile mit dem Namen „Bank, %“ geschrieben werden.

Die letzte Zeile heißt „Durchschnittskapital am Anfang, \$“. Hier schreibt man die Daten über das Durchschnittskapital der bestimmten Versicherungsart am Anfang der Planperiode hinein.

Die Informationsblöcke über die Eingangsdaten haben wir nun befüllt. Auf diese Weise sind diese Informationen ständig und übersichtlich verfü- und abrufbar.

Um nun die Berechnungsergebnisse mit Hilfe des aufgebauten mathematischen Modells der Versicherungsmathematik ausgehend von den befüllten Anfangsdaten zu bekommen, muss man dann auf die Seite „Abrechnung“ übergehen.

Danach erscheint auf dem Monitor die Tabelle 3-5 mit den Berechnungsergebnissen.

	Versicherungsarten		
	Die Vermögensversicherung	Die Haftpflichtversicherung	Die Personenversicherung
Der Nullschritt			
$u_i(t)$	0,015	0,016	0,01
$S_i(t)$	650 000	600 000	700 000
Schritt 1			
$u_i(t)$	0,015	0,016	0,01
$S_i(t)$	739 479	679 448	806 551
$a_i(t)$	11092,2	10871,2	8065,5
Schritt 2			
$u_i(t)$	0,015	0,016	0,01
$S_i(t)$	839 778,8	768 299,4	926 817,5
$a_i(t)$	12 596,7	12 292,8	9 268,2
Schritt 3			
$u_i(t)$	0,015	0,016	0,01
$S_i(t)$	952 109,0	867 590,3	1 062 412,2
$a_i(t)$	14 281,6	13 881,4	10 624,1
Schritt 4			
$u_i(t)$	0,013	0,015	0,01
$S_i(t)$	1 077 810,4	978 468,6	1 215 129,4
$a_i(t)$	14 400,0	14 400,0	12 151,3
Schritt 5			
$u_i(t)$	0,012	0,013	0,01
$S_i(t)$	1 219 215,1	1 102 723,9	1 385 678,1
$a_i(t)$	14 400,0	14 400,0	13 856,8
Schritt 6			
$u_i(t)$	0,01	0,012	0,009
$S_i(t)$	1 378 149,5	1 242 338,6	1 575 772,8
$a_i(t)$	14400	14400	14400
Schritt 7			
$S_i(t)$	1 556 327,5	1 398 844,2	1 788 375,5

**Tabelle 3-5: Berechnungsergebnisse**

In diesem Ergebnisblatt sehen wir dann folgende Daten:

In der Tabelle mit dem Nullschritt sehen wir in der ersten Zeile die Ergebnisse der Optimierung von der Werbestrategie, die die Maximierung der Kapitalgröße des Unternehmens gewährleistet und in der zweiten Zeile das Durchschnittskapital von jeder Versicherungsart am Anfang der Planperiode.

In den Schritten 1-7 charakterisiert:



- $u_i(t)$  den Kapitalanteil, der für die Werbung der Versicherungsdienstleistungen der bestimmten Versicherungsart bestimmt ist;
- $S_i(t)$  – das Kapital von jeder Art des Versicherungsdienstes am Ende der Werbeperiode (die Werbepolitik wird über 24 Monate in 3 Monatsschritten durchgeführt);
- und die dritte Zeile bildet die Größe der Werbeausgaben der bestimmten Versicherungsdienstleistung ab.

Die Bedeutung der Zielfunktion, d. h. die Kapitalgröße des Unternehmens am Ende der Werbeperiode wird in der Tabelle 3-6 dargestellt.

Periode	Bedeutung ZF
1-3 Monate	1 950 000,0
4-6 Monate	2 225 478,0
7-9 Monate	2 534 895,8
10-12 Monate	2 882 111,6
13-15 Monate	3 271 408,5
16-18 Monate	3 707 617,1
19-21 Monate	4 196 260,9
22-24 Monate	4 743 547,2

**Tabelle 3-6: Die Kapitalgröße des Unternehmens am Ende der Werbeperiode**

### 3.3 Analyse der gewonnenen Ergebnisse

Um die Aufgabe über die Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit vom Versicherungsunternehmen unter Berücksichtigung der Werbekosten zu lösen, wurde die Aufgabe im Bezug auf N Anfangswertaufgaben der einzigen Dimension formuliert.

Auf Basis der genannten Anfangswerte wird das spezielle Softwareprodukt erzeugt, welches in der Praxis mittels der im Modell gewählten Optimierungsmethode die rentable Tätigkeit des Versicherungsunternehmen sicherstellt.

Nachdem die Eingangsdaten in das Arbeitsprogramm befüllt worden sind, sieht die Seite in der Ausgabe so aus (Abbildung 3-1):

		Die Versicherungsarten		
		Die Vermögensversicherung	Die Haftpflichtversicherung	Die Personenversicherung
Preis, \$		300	400	350
Mathematische Erwartung der Versicherungsausgaben, \$		2000	2500	3000
Intensität des Poisson-Prozesses		0,05	0,07	0,08
Nachfrage bei der Werbeabwesenheit		1	1	1
Marktanteil		0,25	0,15	0,3
Maximale Ausgaben für die Werbung		0,015	0,016	0,01
Bank, %		12	12	12
Durchschnittskapital am Anfang, \$		650 000	600 000	700 000

Abbildung 3-1: Ausgabe der Eingangsdaten

Mit Hilfe des entwickelten mathematischen Modells ergeben sich die folgenden Ergebnisse, die in der Abbildung 3-2 dargestellt sind.

		Die Versicherungsarten		
		Die Vermögensversicherung	Die Haftpflichtversicherung	Die Personenversicherung
$u_i(t)$		0,01045	0,01159	0,00914
$S_i(t)$		16 261,7	16 214,1	16 342,8
$a_i(t)$		1 556 327,5	1 398 844,2	1 788 375,5
Periode	Bedeutung ZF			
1-3 Monate		1 950 000,00		
4-6 Monate		2 225 478,00		
7-9 Monate		2 534 895,80		
10-12 Monate		2 882 111,60		
13-15 Monate		3 271 408,50		
16-18 Monate		3 707 617,10		
19-21 Monate		4 196 260,90		
22-24 Monate		4 743 547,20		

Abbildung 3-2: Ausgabe der Ergebnisse

D. h. um den maximalen Gewinn am Ende der Werbepériode (24 Monate) zu bekommen, kann man feststellen, dass das Versicherungsunternehmen „Allianz“ die Werbestrategie  $u_7(t)$  wählen muss, bei der man:

- für die erste Versicherungsart, d.h. die Vermögensversicherung 0,01045 Teile des Kapitals für die Werbung für diese Versicherungsdienstleistung einsetzen

muss, was 16.261,7 \$ entspricht. Das Durchschnittskapital von der ersten Versicherungsart erreicht am Ende der achtzehnten Werbeperiode 1.556.327,5 \$.

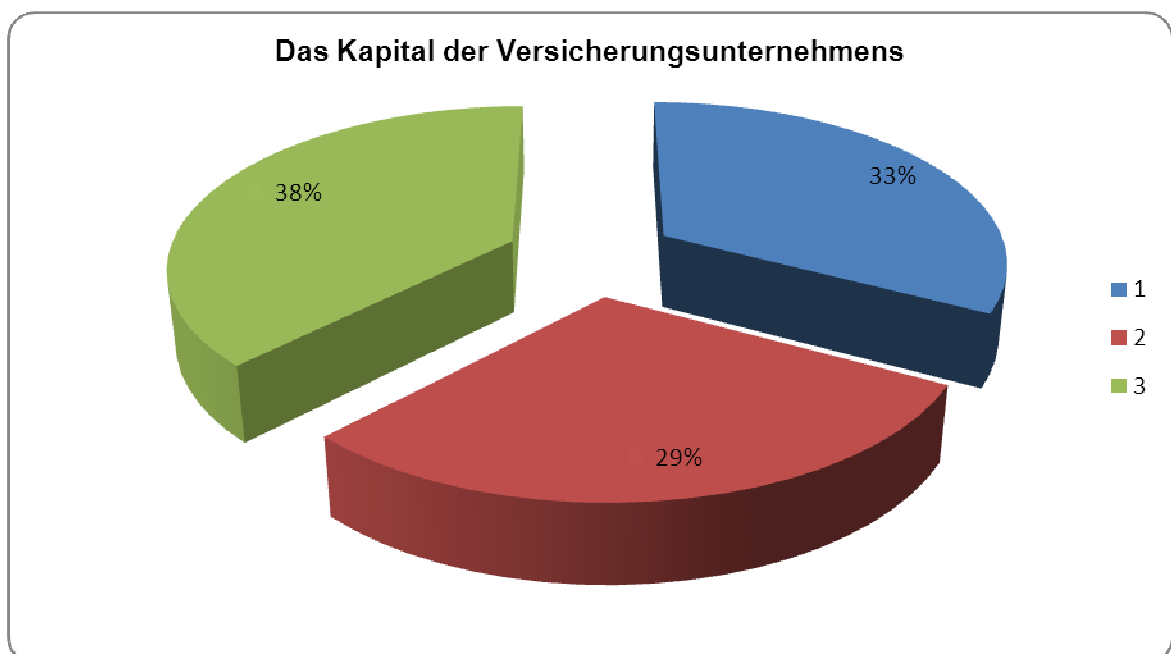
- für die zweite Versicherungsart, d.h. die Haftpflichtversicherung 0,01159 Teile des Kapitals für die Werbung für diese Versicherungsdienstleistung einsetzen muss, was 16.214,1 \$ entspricht. Das Durchschnittskapital von der zweiten Versicherungsart erreicht am Ende der achtzehnten Werbeperiode 1.398.844,2 \$.

- für die dritte Versicherungsart, d.h. die Personenversicherung 0,00914 Teile des Kapitals für die Werbung für diese Versicherungsdienstleistung einsetzen muss, was 16.342,8 \$ entspricht. Das Durchschnittskapital von der dritten Versicherungsart erreicht am Ende der achtzehnten Werbeperiode 1.788.375,5 \$.

Das Kapitel des Versicherungsunternehmens „Allianz“ beträgt am Ende der Werbeperiode 4.743.547,5 \$.

Nun haben wir die Möglichkeit das Diagramm (Abbildung 3-3) des Kapitalanteils für jede Versicherungsart zu bilden:

1. die Vermögensversicherung;
2. die Haftpflichtversicherung;
3. die Personenversicherung.

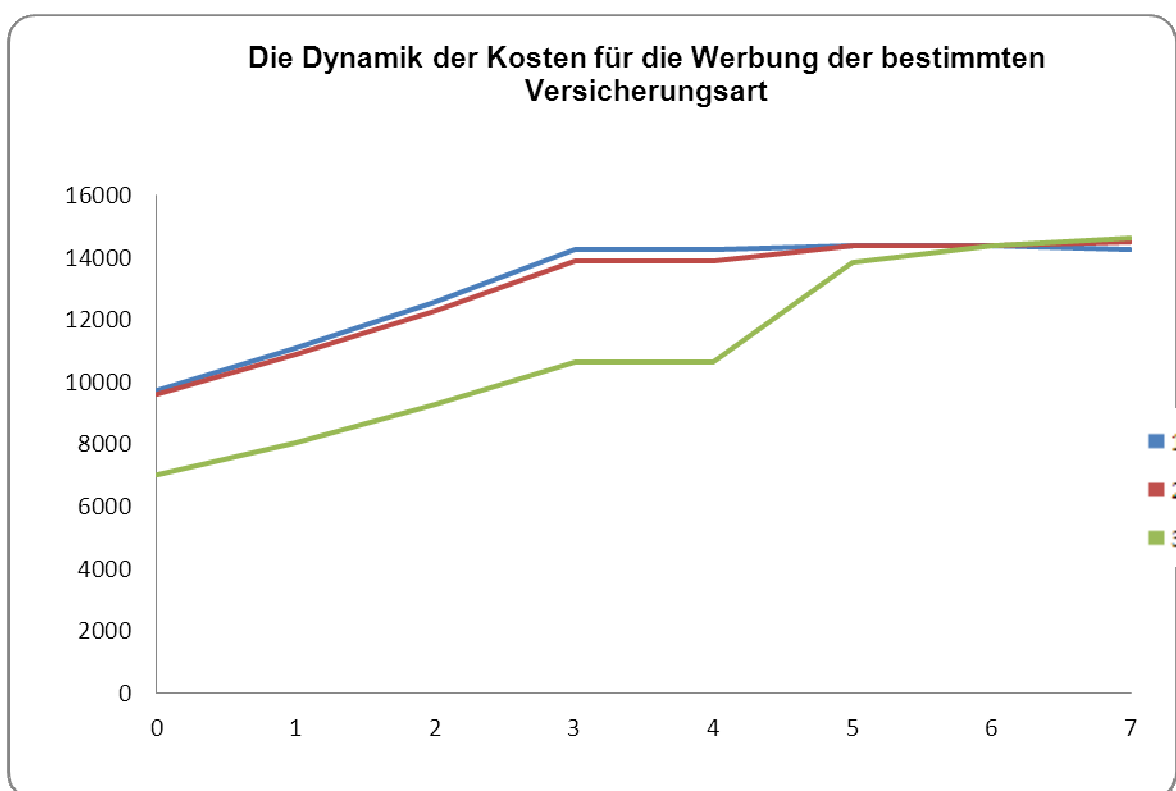


**Abbildung 3-3: Das Kapital der Versicherungsunternehmens**

Entsprechend dem gegebenen Diagramm liegt der Kapitalanteil des Versicherungsunternehmens „Allianz“ nach der Durchführung der Werbemaßnahmen für:

1. die Vermögensversicherung bei 33%
2. die Haftpflichtversicherung bei 29%
3. die Personenversicherung bei 38 %

Für die Präsentation der Ergebnisse der Dynamik der Kosten für die Werbung der bestimmten Versicherungsarten (Abbildung 3-4) bauen wir nachfolgende Grafik auf.



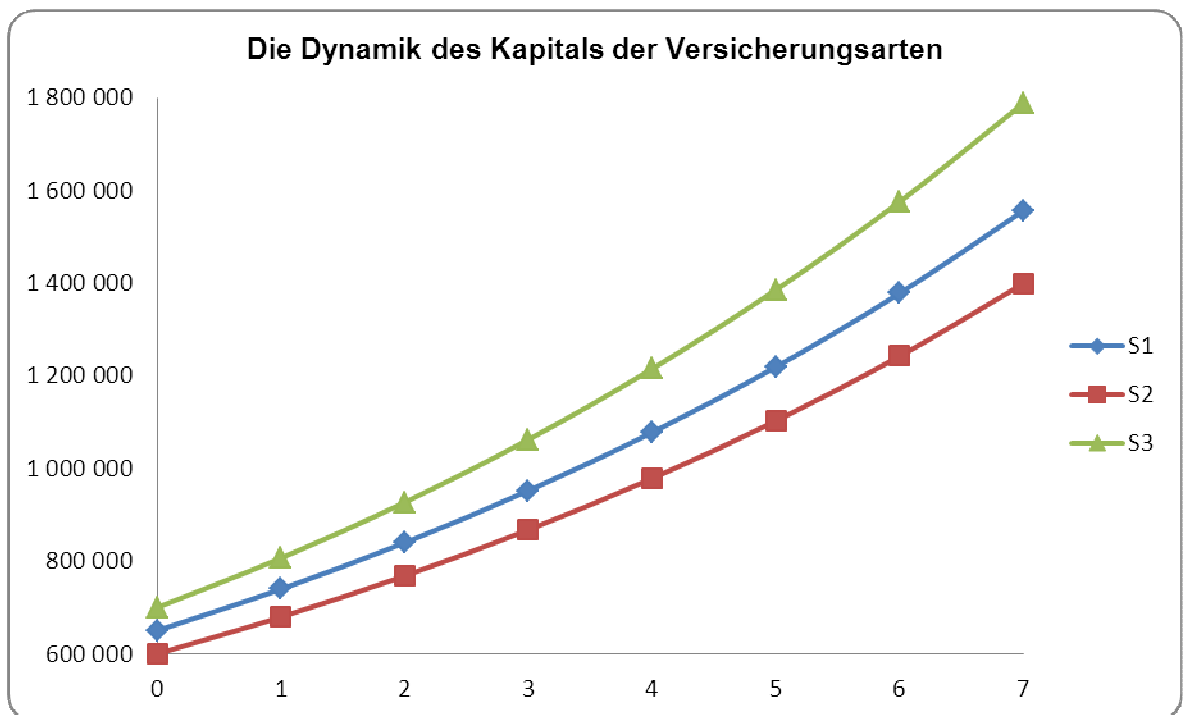
**Abbildung 3-4: Die Dynamik der Kosten für die Werbung der bestimmten Versicherungsart**

Daraus wird ersichtlich, dass die Dynamik der Kosten für die Werbung der Vermögensversicherung in den ersten 9 Monaten von \$ 9.750 auf \$ 14.281 ansteigt, was \$ 4.532 entspricht. Vom 10. Monat ab sind die Ausgaben nahezu konstant und liegen bei durchschnittlich \$ 14.372.

Die Dynamik der Kosten für die Werbung der Haftpflichtversicherung steigt in den ersten 9 Monaten von \$ 9.600 bis \$ 13.881, was \$ 4.281 entspricht. Vom 10. Monat ab sind die Ausgaben nahezu konstant und liegen bei durchschnittlich \$ 14.300.

Die Dynamik der Kosten für die Werbung der Personenversicherung steigt in den ersten 9 Monaten von \$ 7.000 bis \$ 10.634, was \$ 3.634 entspricht. Vom 10. bis 12. Monat sind die Ausgaben konstant und liegen bei \$ 10.634. In den folgenden drei Monaten (Monate 13-15) steigen die Ausgaben für die Werbung auf \$ 13.856, oder \$ 3.222 im Vergleich zum letzten Viertel des vorigen Jahres. Ab dem zweiten Viertel des Folgejahres (Monate 16-18) bleiben die Werbeausgaben konstant und liegen bei durchschnittlich \$ 14.402.

In der Abbildung 3-5 ist die Dynamik des Kapitals der Versicherungsarten dargestellt.



**Abbildung 3-5: Die Dynamik des Kapitals der Versicherungsarten**

Anhand der Grafiken kann man zusammenfassen, dass das Kapital von der dritten Versicherungsart (Personenversicherung) innerhalb von 2 Jahren bis auf 1.788.375,5 \$ ansteigt. In der gleichen Zeitperiode steigen die erste und zweite Versicherungsart (Vermögens- bzw. Haftpflichtversicherung) nur bis auf 1.556.327,5 \$ bzw. 1.394.844,2 \$.

Wenn wir alle obengenannten Analysen durchführen:

- die Dynamik des Kosten für die Werbung der bestimmten Art;
- die Dynamik des Kapitals von jeder Versicherungsart

dann können wir zusammenfassen, dass die Werbestrategie der Personenversicherung effektiver als die der beiden anderen ist.

Infolge der effektiven Werbepolitik des Versicherungsunternehmens „Allianz“ steigt dessen Kapital über den Zeitraum von 2 Jahren sehr wesentlich an und beträgt 4.743.547,2 \$.

Die Kapitalerhöhung des Unternehmens ist das wichtigste Merkmal für die Gewinnzunahme des Unternehmens und damit der Möglichkeit der erfolgreichen Weiterentwicklung des Unternehmens.

## 4 Zusammenfassung und Resümee

Mit Hilfe der Modellierung eines mathematischen Modells zur Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit von Versicherungsgesellschaften, lässt sich das optimale Verhalten der Unternehmen zur Erzielung des maximalen Gewinnes während eines bestimmten Zeitintervalls sicherstellen.

In dieser Bachelorarbeit wurden die folgenden Fragen detailliert betrachtet:

- die Untersuchung der Gewinnerzielungstätigkeit einer Versicherungsgesellschaft;
- die Untersuchung zur Änderung des Kapitals bei der Durchführung der Werbemaßnahmen;
- die Auswahl der optimalen Strategie der Werbepolitik.

Die Modellbesonderheit gibt uns die Möglichkeit die optimale Strategie und Verlaufskurve zu finden.

In der Bachelorarbeit wurde die Erstellung des finanziellen Ergebnisses betrachtet und eine Übersicht über den Entwicklungsstand des wissenschaftlichen Ansatzes zur Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit von Versicherungsgesellschaften gegeben.

Anschließend wurde die wirtschaftsmathematische Aufgabenstellung der Modellierung der gewinnbringenden Tätigkeit der Versicherungsgesellschaft untersucht und ein Modell der Versicherungsmathematik mit entsprechender Methodik und Algorithmus zur optimalen Erfüllung der gestellten Aufgabe aufgebaut und an einem konkreten Praxisbeispiel durchgeführt.

Am Ende der Arbeit wurde das zugehörige Software-Programm erstellt, mit dessen Hilfe die konkreten Berechnungen durchgeführt werden konnten, um anschließend entsprechende Schlussfolgerungen ziehen zu können.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die Besonderheit der Struktur des herausgearbeiteten Modells zur Optimierung der Gewinnerzielungstätigkeit von Versicherungsgesellschaften darin liegt, dass man für jeden Schritt des Algorithmus die optimale Lösung finden kann.

# Literatur

Brümmel A.: Маркетинговые цели. URL:

<<http://www.aktiva.ee/13424/13424.html>>, verfügbar am 18.04.2008

Cramer H.: Mathematical methods of statistics. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1946

Embrechts P., Klüppelberg C., Mikosch T.: Modelling extremal events for insurance and finance. Berlin: Springer-Verlag, 1997

Gerber H.: On additive principles of zero utility, Insurance: Mathematics and Economics 4, 1985

Hampton J.: Financial management of insurance companies. Amacon, NY: American Management Association, 1993

Lundberg F.: Zur Theorie der Rückversicherung. In: Transactions of International Congress of Actuaries, Vienna, 1909

Panjer H., Willmont G.: Insurance risk model. Society of Actuaries. Schaumburg, IL, 1992

Straub E.: Non-life insurance mathematics. Zürich: Springer, 1998

Астафьева Е., Терпугов А.: Модель рекламной компании с эффектом «надоедания» рекламы.

URL:<[http://sun.tsu.ru/mminfo/000063105/284/image/284\\_034-036.pdf](http://sun.tsu.ru/mminfo/000063105/284/image/284_034-036.pdf)>, verfügbar am 30.04.2004

Astafieva Ye., Terpugov A.: Model of an advertising campaign, when the tilt of curve of demand-price depends on advertisement. URL:<[http://sun.tsu.ru/mminfo/000063105/284/image/284\\_034-036.pdf](http://sun.tsu.ru/mminfo/000063105/284/image/284_034-036.pdf)>, verfügbar am 30.04.2004

Ахмедова Д., Змеев О., Терпугов А.: Оптимизация деятельности страховой компании с учетом расходов на рекламу. In: Вестник ТГУ - № 275, 2002

Akhmedova D., Zmeyev O., Terpugov A.: Optimization of activity of insurance company with account expenses for advertising. In: Вестник ТГУ - № 275, 2002

Ахмедова Д., Терпугов А.: Математическая модель функционирования страховой компании с учетом расходов на рекламу. In: Известия Вузов. Физика - №1, 2001



Akhmedova D., Terpugov A.: Mathematical model of functioning of an insurance company with allowance for advertising expenses. In: Известия Вузов. Физика - №1, 2001

Барышников А.: Оценка эффективности рекламы.

URL:<<http://www.inventech.ru/pub/club/041/>>, verfügbar am 28.01.2002

Бенинг В., Королев В.: Асимптотические разложения для квантилей обобщенных процессов Кокса и некоторые их приложения к задачам финансовой и актуарной математики. In: Финансовая и страховая математика - № 5(1), 1998

Bening V., Korolev V.: Asymptotic expansions for the quantiles of compound Cox processes and some their applications to problems in financial and acturial mathematics. In: Финансовая и страховая математика - № 5(1), 1998

Берлин М., Лысенко Ю.: Система управления финансовой устойчивостью страховой компании. In: Новое в экономической кибернетики - №2, 2006

Berlin M., Lysenko J.: The control system of financial stability of insurance companies. In: Новое в экономической кибернетики - №2, 2006

Біла Г., Хома І.: Вплив нетто-ставки на фінансову стійкість страхової компанії.

URL:<[http://www.nbuv.gov.ua/portal/natural/Vnulp/Menegment/2009\\_657/26.pdf](http://www.nbuv.gov.ua/portal/natural/Vnulp/Menegment/2009_657/26.pdf)>, verfügbar am 15.10.2009

Bila G., Homa I.: The net premium`s effect on the financial stability of the insurance company.

URL:<[http://www.nbuv.gov.ua/portal/natural/Vnulp/Menegment/2009\\_657/26.pdf](http://www.nbuv.gov.ua/portal/natural/Vnulp/Menegment/2009_657/26.pdf)>, verfügbar am 15.10.2009

Пікус Р.: Міжнародний досвід управління активами страхової компанії.

URL:<[http://papers.univ.kiev.ua/ekonomika/articles/The\\_international\\_experience\\_in\\_asset\\_management\\_of\\_insurance\\_company\\_14023.pdf](http://papers.univ.kiev.ua/ekonomika/articles/The_international_experience_in_asset_management_of_insurance_company_14023.pdf)>, verfügbar am 12.04.2010

Pikus R.: The international experience in asset management of insurance company.

URL:<[http://papers.univ.kiev.ua/ekonomika/articles/The\\_international\\_experience\\_in\\_asset\\_management\\_of\\_insurance\\_company\\_14023.pdf](http://papers.univ.kiev.ua/ekonomika/articles/The_international_experience_in_asset_management_of_insurance_company_14023.pdf)>, verfügbar am 12.04.2010

Долгошея Н.: Страхування в запитаннях та відповідях. Навчальний посібник. – 1.Aufl. – Kiew: Центр учбової літератури, 2012

Dolgosheya N.: Insurance Questions and Answers. – 1.Aufl. – Kiew: Центр учбової літератури, 2012

Закон України «Про господарські товариства».

URL:<<http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/1576-12>>, verfügbar am 19.09 1991

The Law of Ukraine On Business Associations. URL:<<http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/1576-12>>, verfügbar am 19.09 1991

Закон України «Про страхування».

URL:<[http://eng.mtsbu.kiev.ua/files/Law\\_of\\_Ukraine\\_on\\_Insurance\\_eng.pdf](http://eng.mtsbu.kiev.ua/files/Law_of_Ukraine_on_Insurance_eng.pdf)>, verfügbar am 12.07.2001

The Law of Ukraine On Insurance.

URL:<[http://eng.mtsbu.kiev.ua/files/Law\\_of\\_Ukraine\\_on\\_Insurance\\_eng.pdf](http://eng.mtsbu.kiev.ua/files/Law_of_Ukraine_on_Insurance_eng.pdf)>, verfügbar am 12.07.2001

Зенкевич Н., Петросян Л.: Дифференциальные игры в менеджменте. In Научные доклады №38(R)–2006. СПб.: НИИ менеджмента СПбГУ, 2006.

Zenkevich N., Petrosjan L.: Differential games in management. In Научные доклады №38(R)–2006. St. Petersburg, 2006

Кац В., Лившиц К.: Влияние расходов на рекламу на характеристики страховой компании. In: Известия Вузов. Физика - №1, 2001

Kats V., Livshits K.: Optimization expenses in the functioning of an insurance company. In: Известия Вузов. Физика - №1, 2001

Кузнецов С., Ириков И.: Математическое моделирование задач управления финансовыми потоками.

URL:<<http://zhurnal.apelarn.ru/articles/2001/126.pdf>>, verfügbar am 12.09.2001

Kuznetsov S., Irikov I.: Mathematical models of cash flow management.

URL:<<http://zhurnal.apelarn.ru/articles/2001/126.pdf>>, verfügbar am 12.09.2001

Куроедова Л., Какунина А.: Проблемы привлечения иностранных инвестиций в экономику Украины. URL:

<<http://masters.donntu.edu.ua/2009/fem/kuroedova/library/tez1.htm>>, verfügbar am 07.01.2007

Kuroedova L., Kakunina A.: Problems of attracting foreign investments into economy of Ukraine.

URL: <<http://masters.donntu.edu.ua/2009/fem/kuroedova/library/tez1.htm>>, verfügbar am 07.01.2007

Латыпова Д.: Процесс слияний и поглощений как фактор роста и повышения конкурентоспособности страховых компаний. URL:

<[http://www.reglament.net/ins/finmng/2005\\_1\\_article.htm](http://www.reglament.net/ins/finmng/2005_1_article.htm)>, verfügbar am 15.08.2005

Latypova D.: The process of mergers and acquisitions as a growth factor and enhance the competitiveness of the insurance companies. URL:

<[http://www.reglament.net/ins/finmng/2005\\_1\\_article.htm](http://www.reglament.net/ins/finmng/2005_1_article.htm)>, verfügbar am 15.08.2005

Лившиц К., Бублик Я.: Производящая функция условного времени до разорения страховой компании при дважды стохастическом потоке страховых выплат. In Материалы IX Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, 2010

Livshits K., Bublik Ya.: Diffusion approximation of poisson's model of uncommercial fund's activities by double stochastic payment current. In Материалы IX Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, 2010

Лившиц К., Сухотина Л.: Оптимальное управление ценой продажи однородной продукции. In: Вестник ТГУ - № 284, 2004

Livshits K., Suhotina L.: The optimal control homogeneous product sale price. In: Вестник ТГУ - №284, 2004

Лившиц К.: Вероятность разорения страховой компании для пуассоновской модели. In: Известия вузов. Физика - № 4, 1999

Livshits K.: Probability of an insurance for the poisson model. In: Известия вузов. Физика - № 4, 1999

Маталыцкий М., Романюк Т.: Теория вероятностей в примерах и задачах. Гродно: ГрГУ, 2002

Matalytsky M., Romaniuk P: Probability theory in the examples and problems. Гродно: ГрГУ, 2002

Мащенко М.: Страхование как важнейший фактор развития экономики. URL: <<http://www.sworld.com.ua/index.php/ru/economy/financial-cash-flow-and-credit/2162-mashchenko-mb>>, verfügbar am 17.09.2009

Maschenko M.: *Insurance is the important factor of economy*. URL: <<http://www.sworld.com.ua/index.php/ru/economy/financial-cash-flow-and-credit/2162-mashchenko-mb>>, verfügbar am 17.09.2009

Николенко Н.: Финансовая стратегия страховой компании.

URL:<<http://www.nnikolenko.com/index.php?art=26>>, verfügbar am 22.06.2007

Nikolenko N.: The financial strategy of the insurance company.

URL:<<http://www.nnikolenko.com/index.php?art=26>>, verfügbar am 22.06.2007

Осадець С.: Страхування. URL: <<http://ukrknighta.org.ua/ukrknighta-text/61/31/>>, verfügbar am 02.07.2002

Osadets S.: Insurance. URL: <<http://ukrknighta.org.ua/ukrknighta-text/61/31/>>, verfügbar am 02.07.2002

Первозванский А.: Курс теории автоматического управления. Москва: Наука, 1986

Pervozvanskii A.: Course in Automatic Control Theory. Moscow: Nauka, 1986

Самарский А., Гулин А.: Численные методы. Москва: Наука, 1989

Samarskii A. Gulin A.: Numerical methods Moscow: Nauka, 1989

Овчаренко Т.: Інвестиційні стратегії страхових компаній та перспективи їх впровадження. URL:

<[http://papers.univ.kiev.ua/ekonomika/articles/Investment\\_Strategies\\_of\\_Insuranc](http://papers.univ.kiev.ua/ekonomika/articles/Investment_Strategies_of_Insuranc)

e\_Companies\_and\_Their\_Prospects\_for\_Implementation\_13998.pdf>, verfügbar am 04.10.2012

Ovcharenko T.: Investment strategies of insurance companies and their prospects for implementation. URL:

<[http://papers.univ.kiev.ua/ekonomika/articles/Investment\\_Strategies\\_of\\_Insurance\\_Companies\\_and\\_Their\\_Prospects\\_for\\_Implementation\\_13998.pdf](http://papers.univ.kiev.ua/ekonomika/articles/Investment_Strategies_of_Insurance_Companies_and_Their_Prospects_for_Implementation_13998.pdf)>, verfügbar am 04.10.2012

Созинов В.: Разработка управленческого решения.

URL:<[http://abc.vvsu.ru/Books/upr\\_re2/page0006.asp](http://abc.vvsu.ru/Books/upr_re2/page0006.asp)>, verfügbar am 24.09.2010

Sozinov V.: Development of managerial decisions.

URL:<[http://abc.vvsu.ru/Books/upr\\_re2/page0006.asp](http://abc.vvsu.ru/Books/upr_re2/page0006.asp)>, verfügbar am 24.09.2010

Сухоруков М.: Информационные технологии в страховом маркетинге и системах продаж страховых услуг. In: Страхование дело - №7, 2004

Sukhorukov, M.: Information technology in the insurance marketing and and in the sales systems of insurance services. In: Страхование дело - №7, 2004

Федорова Т.: Основы страховой деятельности. Москва: БЕК, 1999

Fedorova T.: Fundamentals of Insurance activities. Moskow: BEK, 1999

Шелехов К., Вигдаш В.: Страхування. Київ: МАУП, 1998

Shelekhov K., Vygdash V: Insurance. Kyiv: MAUP, 1998

Шкура И.: Инвестиционные возможности страховых компаний Украины. URL:

<[http://www.nbuv.gov.ua/portal/Soc\\_Gum/Ever/2011\\_2/32.pdf](http://www.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/Ever/2011_2/32.pdf)>, verfügbar am 15.09.2011

Schkura I.: Investment opportunities insurance companies in Ukraine. URL:

<[http://www.nbuv.gov.ua/portal/Soc\\_Gum/Ever/2011\\_2/32.pdf](http://www.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/Ever/2011_2/32.pdf)>, verfügbar am 15.09.2011

Янов В.: Инвестиционная деятельность страховых компаний: принципы организации, регулирование и оптимизация. URL:

<[http://elibrary.finec.ru/materials\\_files/refer/A4894\\_b.pdf](http://elibrary.finec.ru/materials_files/refer/A4894_b.pdf)>, verfügbar am 07.04.2010

Janov A.: Investment activities of insurance companies: principles of organization, regulation and optimization. URL: <[http://elibrary.finec.ru/materials\\_files/refer/A4894\\_b.pdf](http://elibrary.finec.ru/materials_files/refer/A4894_b.pdf)>, verfügbar am 07.04.2010

# Selbstständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe.

Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht.

Diese Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Mittweida, den 17. April 2012

Ganna Bulankina